

成 果 発 表

九州工業大学大学院

情報工学研究院

松下照男

2009年4月

内 容

1. 今回の発表の趣旨
2. 電磁気学的な意味
3. 理論的証明
4. 実在の証明
 - (a) 縦磁界効果とは
 - (b) Force-freeトルクで説明されたこと
 - (c) 歴史的経緯
 - (d) 磁束カッピング・モデルに対して
5. Force-freeトルクが観測されない理由
6. Force-freeトルクの学術的重要性
7. 電気学会の解説の目的
8. まとめ

1. 今回の発表の趣旨

超伝導体中において局所的に磁束と電流が平行な場合に生じる磁束の歪に対する未知の復元トルク (force-freeトルク) の発見

...

理論的導出

及び

このトルクに基づく超伝導体における縦磁界効果と呼ばれる一連の電磁現象の説明

...

間接的証明

この場合、磁束にはローレンツ力は働かない

2. 電磁気学的な意味

これまでに知られた力

静電気力

電流による磁気力

クーロン力

ローレンツ力

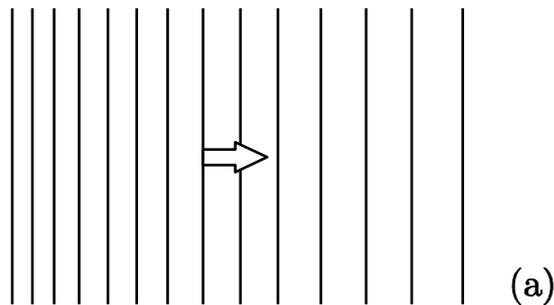
今回、**マクスウェル理論**の基本原理に基づき、第2の静磁気一般化力「**force-freeトルク**」を発見

19世紀(マクスウェル理論の完成は1864年)に発見されなかった「最後の」**基本的法則**

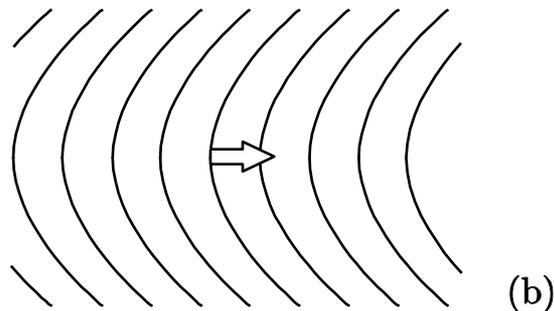
このトルクは力(ローレンツ力)とは関係なく、トルクが力のモーメントである**力学**とは相違

ローレンツ力： 磁束と垂直に電流が流れる場合に生じる磁束の歪に対する復元力

磁気圧



線張力



いずれも歪(電流)を減ずる方向

ローレンツ力

マクスウェル応力として知られる

(弾性力学との類似)

$\mathbf{J} \times \mathbf{B}$ の形で与えられる(フレミングの左手の法則)

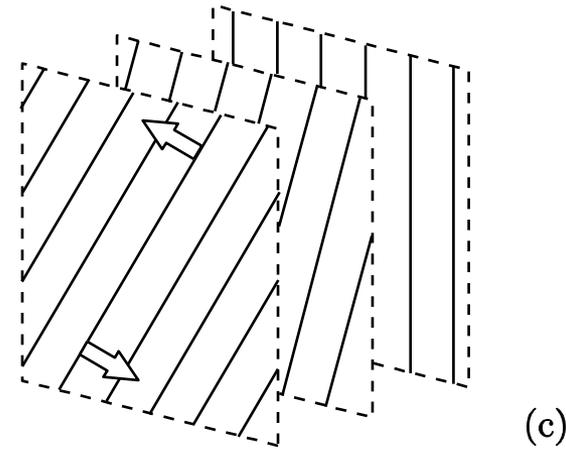
(\mathbf{J} は電流密度、 \mathbf{B} は磁束密度)

電磁気的な歪 \Rightarrow 力(一般化力)

Force-free トルク

局所的に磁束と電流が平行な状態

⇒ **force-free 歪**



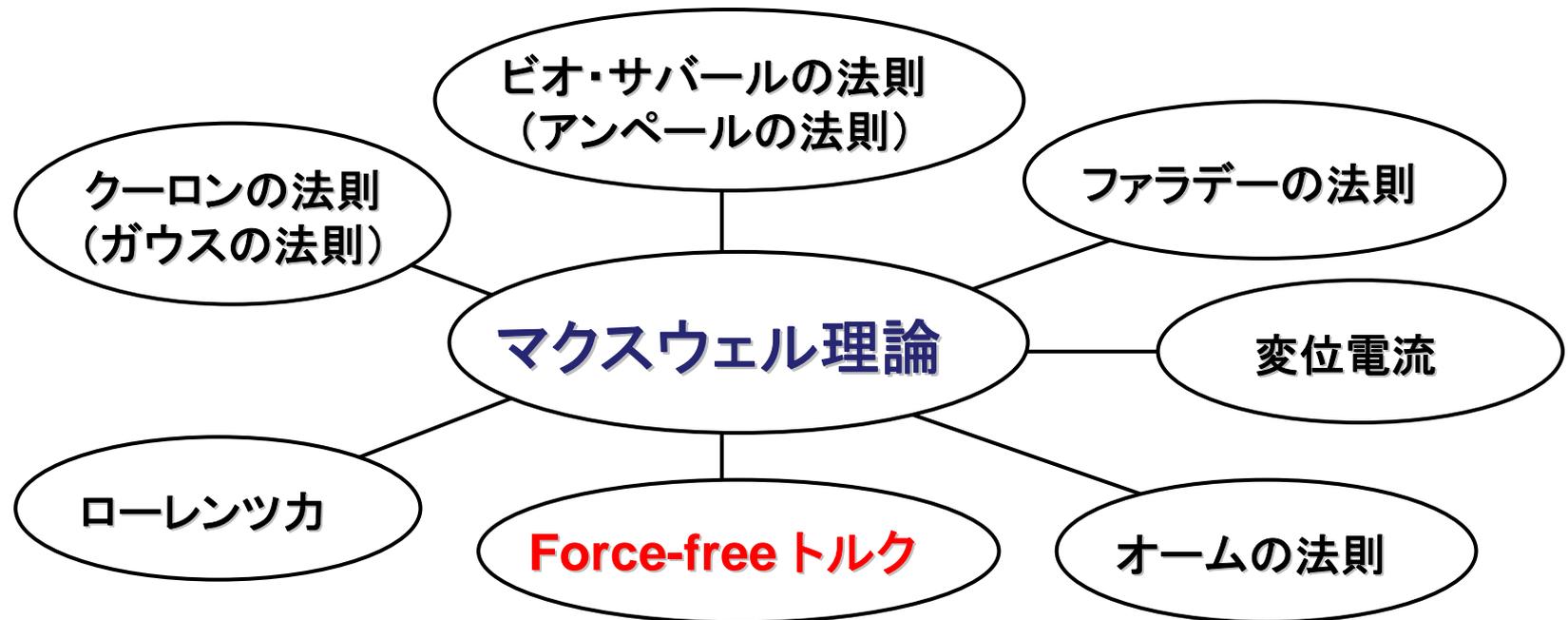
この歪を減ずるように**弾性復元トルク**が働くと予想

ここでは**マクスウェル理論**に基づき、仮想的な歪を導入したときのエネルギーの増加から導出

⇒ 磁束密度(B)と電流密度(J)に比例したトルク密度

(*)**ローレンツ力**も同様に導出することができる

電磁気学上の位置づけ



マクスウェル理論 は各基本法則をベースに構築されている

集大成したマクスウェル理論から逆に各法則 を導くことができる(force-freeトルクも同様)

(解析力学においてラグランジュ関数の最小作用の原理 から ニュートンの運動方程式が導かれるのと同様)

青は藍より出でて藍よりも青し

当初、予測していなかったことを一般化の過程で含むようになる。

- ・磁束の併進運動を予定して導いた磁束の連続の式が磁束の回転運動を含む
- ・交流ジョセフソン効果が電磁誘導の法則に従う
- ・マクスウェル理論が相対性理論と矛盾しない
- ・マクスウェル理論は超伝導の存在を予言していた

今回

- ・マクスウェル理論はforce-freeトルクの存在を包含している

Force-free トルクは他の基本的法則とはまったく独立。また、これを直接、実験的に証明することは**無理**(後述)

導出方法

(1) マクスウェル理論から理論的に証明

(2) 他の実験結果から間接的に証明

(1) 仮想的に force-free 歪を導入したときのエネルギーの上昇から

(2) 一連の実験(**縦磁界効果**)の説明を通して、間接的にトルクの存在を証明

⇒ 一つの物理学の分野を新しく創造

3. 理論的証明

(a) Force-free 歪の導入

一様な磁束 \Rightarrow 外部磁束を回転

$$\begin{aligned}\mathbf{B} &= (B_x, 0, B_z) \\ &= (B \sin \theta, 0, B \cos \theta)\end{aligned}$$

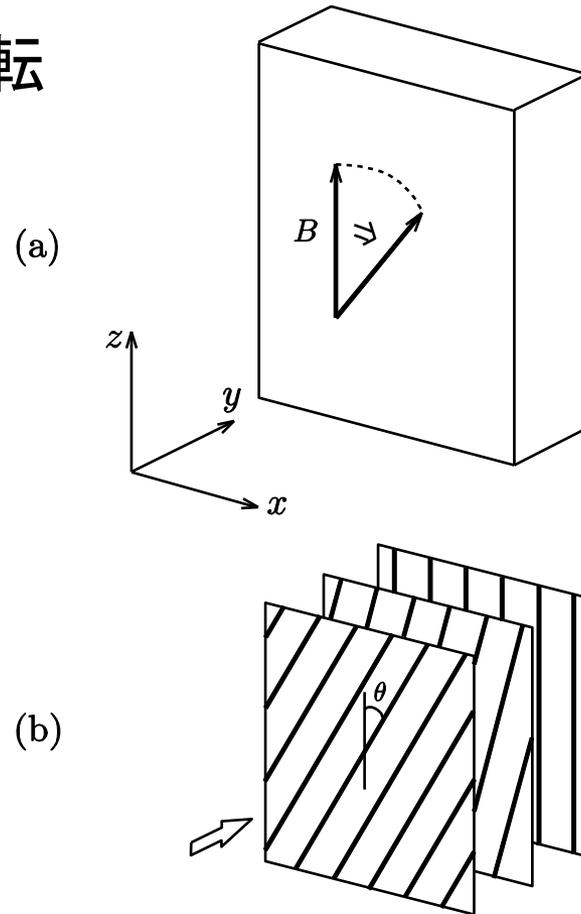
$$\theta = \theta_0 - \alpha y = \alpha (y_0 - y)$$

y_0 を一定に保ち、 α を増加

$$\begin{aligned}\mathbf{J} &= \mu_0^{-1} \text{rot } \mathbf{B} \\ &= (J \sin \theta, 0, J \cos \theta)\end{aligned}$$

$$J = \alpha B / \mu_0$$

$\mathbf{J} \parallel \mathbf{B} \Rightarrow$ force-free 状態



(b) 誘導電界

$$\text{rot } \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \quad \text{歪 } \alpha \text{ が時間変化}$$

$$\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)$$

\mathbf{E} : 大部分は B_x の増加による誘導電界
 B_x を消すために z 軸方向

表面におけるポインティング・ベクトル

$$\mathbf{S} = \mu_0^{-1} \mathbf{E} \times \mathbf{B}$$

y 軸の正方向

(超伝導体へのエネルギーの流れ)

・Force-free トルク密度の導出

$$\Omega = \left| -\frac{\partial w}{\partial \theta_m} \right| = \frac{1}{6} B J y_0$$

force-freeトルク密度

w はエネルギー密度

θ_m は θ_0 の最大値

電流密度 J に比例

⇒ 歪の大きさに比例 (ローレンツ力と同様)

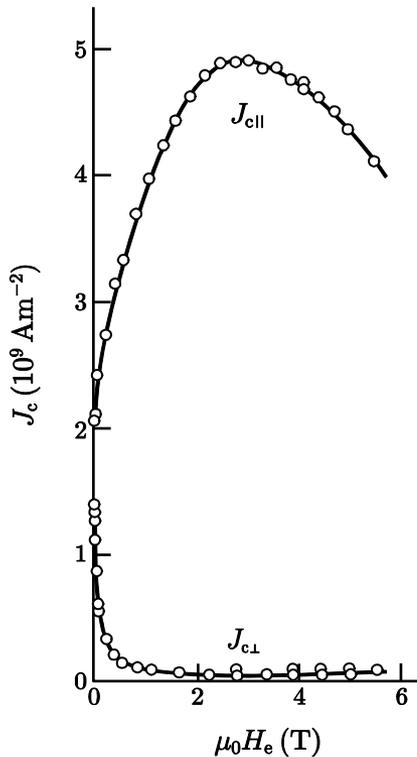
実際にはエネルギー上昇を避けるため、歪を開放
(ピンニングがある場合、その効果で歪を安定化)

4. 実在の証明 …… 縦磁界効果の物理

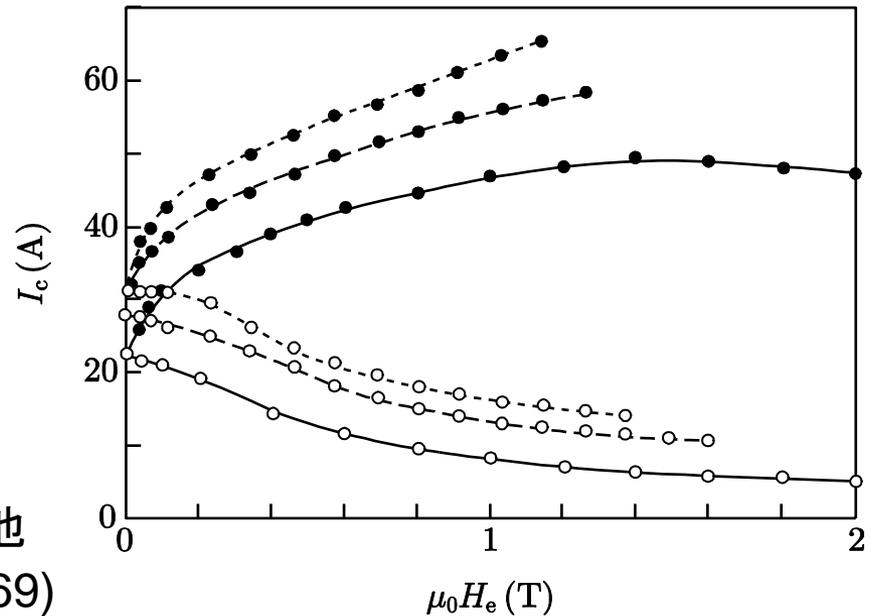
(a) 縦磁界効果とは ……

- (横磁界に比べて) 臨界電流密度が大幅に増加

臨界電流密度: 電気抵抗なしに流せる最大電流密度



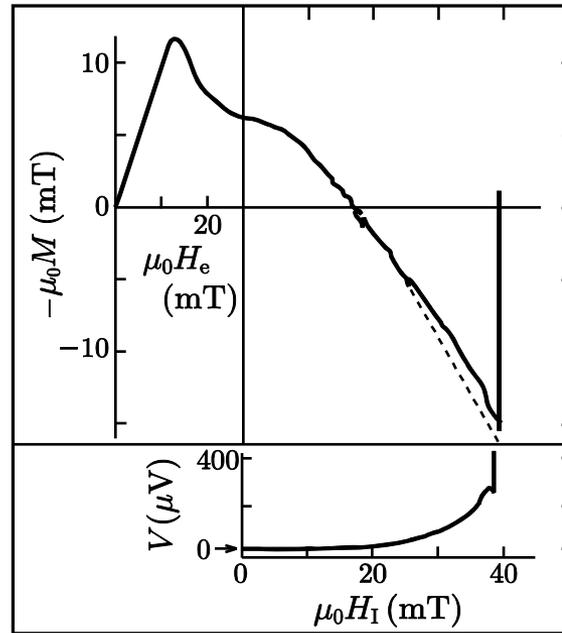
Bychikov 他
(Nb-Ti, 1969)



Kuren & Novak (Nb₃Sn, 1964)

ただし、ピンニングの強さに依存

- 常磁性効果: force-free モデル ($\mathbf{J} \times \mathbf{B} = 0$) で説明

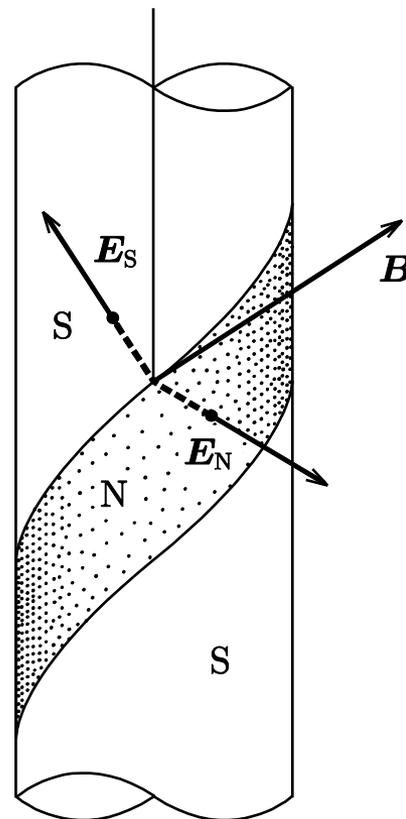
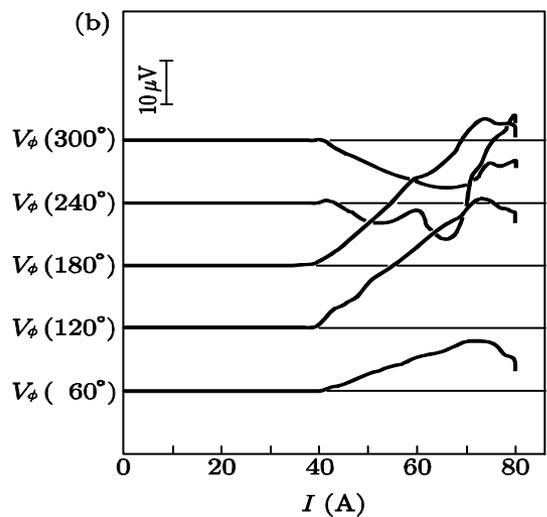
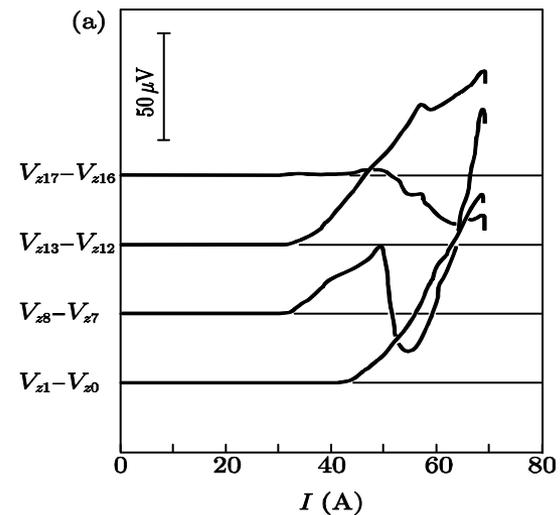


Walmsley(1972)

- ジョセフソンの式 $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}$ (\mathbf{v} は磁束の速度) が満たされない・・・誘導電界 \mathbf{E} は \mathbf{B} とほぼ平行 (Cave ら、Kogan)
(ジョセフソンの式はフレミングの右手の法則に対応)

抵抗状態における表面電界構造

負の電界領域の存在



江崎(1976)

従来の研究での縦磁界効果についての説明と疑問点

- ・臨界電流が大幅に増加し、しかもピンニングの強さに依存する(この説明は与えられておらず、**臨界電流の決定機構は不明**)
- ・常磁性効果など、現象論的に**force-freeモデル**で説明される
- ・Force-freeモデルの理論的根拠は**ジョセフソンによるピンがない超伝導体の平衡状態を記述する方程式**
実際の超伝導体ではピンがあるため、これと異なるはず。なぜforce-freeモデルが成立？
また、ピンニングがなければ、臨界電流密度は0になるのでは？
- ・ジョセフソンの式 $E=B \times v$ が成立しないこと(**理由は？ どのような磁束運動？**)
- ・これを説明するために**磁束カッピング・モデル**が提案された。また、臨界電流密度の起源としてカッピングの閾値を考慮(**いろいろな矛盾点。定量性も問題**)
- ・抵抗状態における表面電界構造(**説明なし**)

ピンがなくてもforce-free状態が安定であるという**ジョセフソンの理論**に問題があり、これに基づき、ジョセフソンの式からの外れと臨界電流密度の増加を説明するために提案された**磁束カッピング・モデル**も問題。表面電界構造は手付かずの状態

(b) Force-free トルクで説明されたこと

(1) 臨界電流密度が横磁界下と同様にピンニングの強さに依存する事実

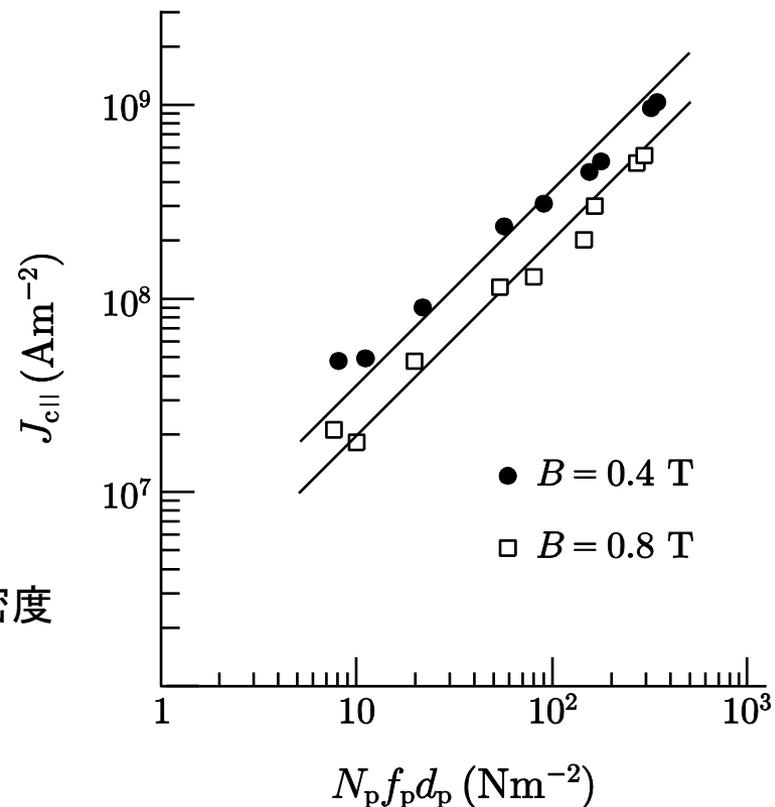
**force free トルクとピン
ニングトルクの釣合い**
(横磁界下ではローレンツ
力とピン力の釣合い)

臨界電流密度がピンニング
トルクに比例することを実証

臨界電流密度 vs ピンニングトルク密度

f_p : 要素的ピン力、 N_p : ピン密度

d_p : ピン間隔



(2) ジョセフソンの理論の矛盾点の指摘

(ジョセフソンはピンがない場合にforce-free 状態となり、force-free 電流が安定に流れると説いた)

仮定されたゲージ($\delta \mathbf{A} = \delta \mathbf{u} \times \mathbf{B}$) における問題を指摘

($\delta \mathbf{u}$ は磁束の変位、 $\delta \mathbf{A}$ はベクトルポテンシャルの変化)

この式は満たされない $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}$ と等価

(時間微分すると、左辺は $-\mathbf{E}$ に、右辺は $\mathbf{v} \times \mathbf{B}$ になる)

この理論が正しくなく、ピンがない場合の平衡状態では電流密度が0となることを明らかにした($\mathbf{J} \times \mathbf{B} = 0$ でなく、 $\mathbf{J} = 0$)

⇒ Force-free状態の実現にはピンニングによる安定化が必要

Force-free トルクによる予言と一致

(3) ジョセフソンの誘導電界の式 $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}$ が満たされない理由の解明

Force-free トルクを導出したときのような磁束の回転運動が起これば、 \mathbf{E} はほとんど \mathbf{B} に平行になり、式から外れる

Force-free モデルで記述される磁束構造の変化の際に、磁束の連続の式から回転運動の解を発見

$$\text{rot}(\mathbf{B} \times \mathbf{v}) = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

ピンニングトルクを上回ったforce-freeトルクによる駆動

⇒ 回転運動

(ジョセフソンの式からの外れを説明するために提案された磁束カッティング・モデルについては後述)

磁束の回転運動による電磁現象

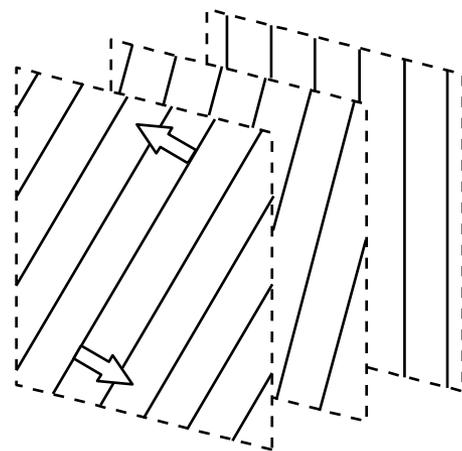
$$\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v} - \text{grad } \phi \quad (\phi \text{ は静電位ではない})$$

- ・電界の第一項 $\mathbf{B} \times \mathbf{v}$ は回転面に垂直、かつ一様でない(回転中心から遠方で大きくなる)
- ・一方、電界は回転面内にあり、一様
- ・速度 \mathbf{v} はエネルギーの流れとは垂直な方向
- ・損失パワー

$$\begin{aligned} \mathbf{J} \cdot \mathbf{E} &= (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v} - \mathbf{J} \cdot \text{grad } \phi \\ &= -\mathbf{J} \cdot \text{grad } \phi \end{aligned}$$

⇒ 主要な項は第二項

(*)横磁界下では $\mathbf{E} = \mathbf{B} \times \mathbf{v}$ が成り立ち、 \mathbf{v} はエネルギーの流れの方向。
損失パワー密度は $\mathbf{J} \cdot \mathbf{E} = (\mathbf{J} \times \mathbf{B}) \cdot \mathbf{v}$ で、ローレンツ力による仕事率



(c)

(4)ピンニングがあるのにforce-free モデルとなる理由
の説明 …… なぜ $\mathbf{J} \times \mathbf{B} = -\mathbf{F}_p$ とならないか？

ローレンツ力とピン力の釣合い

Force-free トルクとピンニングトルクの釣合い

いずれにもピンニング・エネルギーが関与
⇒ 熱力学的にエネルギーの分配

エネルギー散逸最小の原理

⇒ エネルギーはトルクの釣合いに主として分配
(損失エネルギーは臨界電流密度に逆比例)
⇒ 力の釣合いからピン力が消える

ピンニングによりforce-free状態が安定化される！

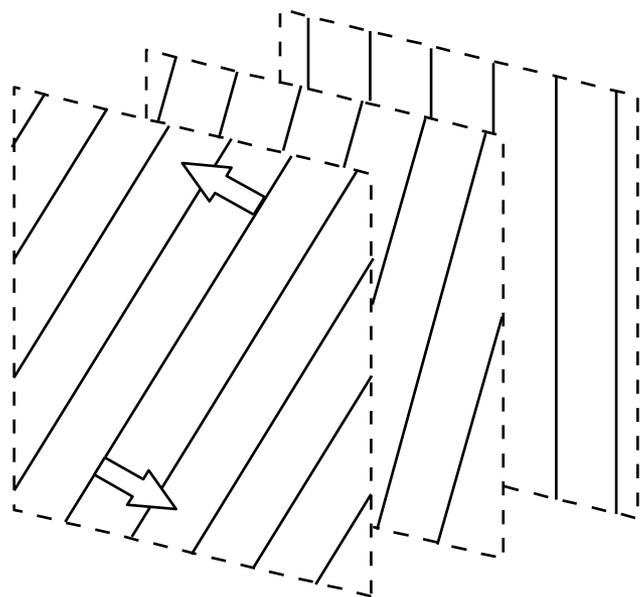
(5) 抵抗状態における表面電界構造の解明

Force-free トルクがピンニングトルクを超えると

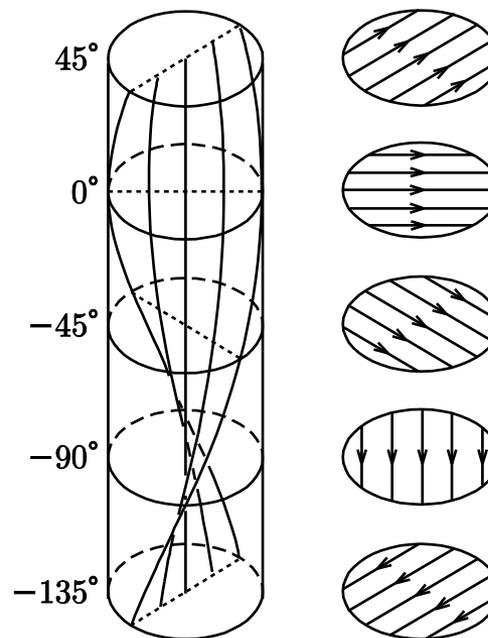
… 不安定運動 (**回転運動**: 上回ったf.f.トルクによる)

ただし、定常状態を保つために**併進運動**を誘導

… 円柱形状では **らせん磁束フロー**



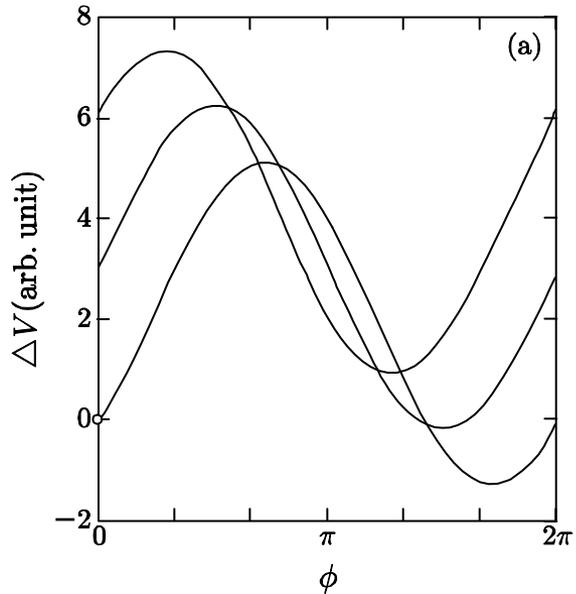
(c)



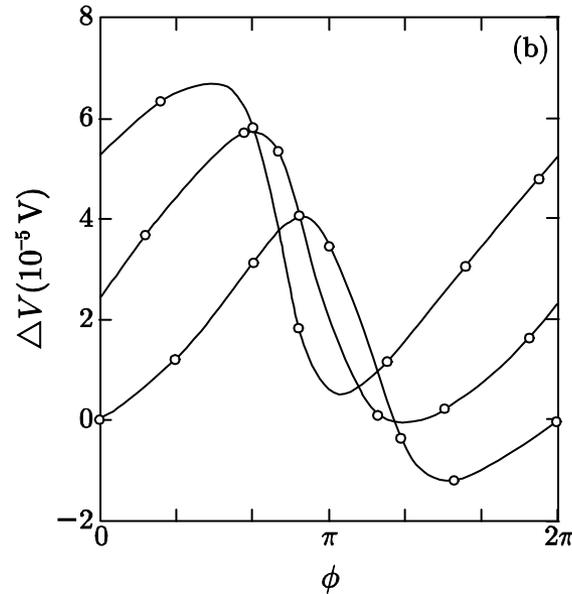
(a)

(b)

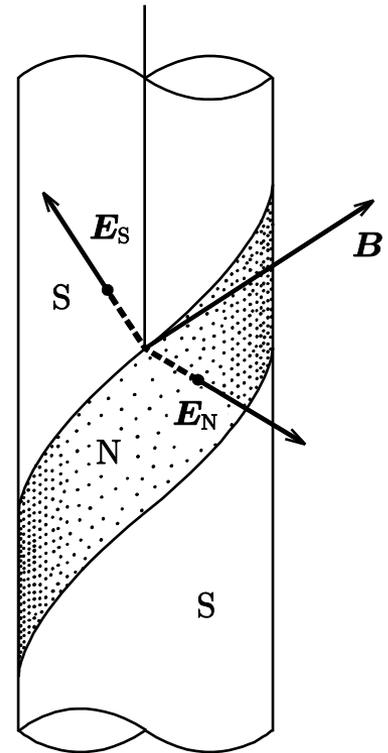
実験結果と理論結果の比較



(理論)



(実験: 江崎)



磁束が外に出る部分で負の電界 ($B \times v$ の項による)

電界の損失成分は再び第二項から

負の電界領域においてもエネルギー生成はない ($E \cdot J > 0$)

エネルギーの流れ (ポインティング・ベクトル) と磁束の流れの対応

抵抗率から磁束の縦成分が運動 (らせん磁束フローの証明)

Force-free トルクによる縦磁界効果の説明の要約

- 1) 縦磁界下ではforce-free歪を減少するためのforce-free トルクとピンニングトルクが釣り合い、これが臨界電流密度を決定
 - ・臨界電流密度のピンニング依存性の説明
 - ・臨界電流密度の不可逆性(ピンニング損失)
- 2) ピンニング・エネルギーは主としてこの釣り合いに分配され、このため力の釣り合いにピン力が現れず、force-free モデルが成立
 - ・一般化臨界状態モデルの提出
- 3) 外部条件が変わった状況下ではピンニングトルクを上回るforce-free トルクによって磁束の回転運動が生じ、これがジョセフソンの式からの外れをもたらす
- 4) 抵抗状態ではトルクの釣り合いが破れ、回転運動に誘発されたらせん磁束フローが生じ、これによって表面電界構造が現れる

(c) 歴史的経緯

磁束の回転の発見のきっかけ

縦磁界中の超伝導円柱に電流を流したときの磁束の侵入についての定量的考察
(1977年8月)

縦磁界効果の従来の critical state model による取扱いに対する問題点

ここで typical な量について知ることは 著者一と思われ、田嶋氏らの実験における諸物理量の状態を示す量の大体の値を尋ねておこう。試料は PbTl で半径は 0.4 mm 厚は 0.8 mm である。磁界は $100 \sim 200\text{ Oe}$ である。従って、この typical は 0.8 mm の半径の sample に 140 Oe の磁界をかけた場合を想定した。(入江研夏のお話、田嶋氏 p. 8 回 14) 140 Oe である fluxoid の lattice parameter は (square lattice として) 0.38μ である。flow の開始時の電流は約 30 A であり、これは表面磁界で 150 Oe に対応する。さて外部磁界の 140 Oe のとき表面から若干列の fluxoids の侵入には表面磁界の増加ほど位位である。これは磁束分布の変化が完全に sample 中心まで一様に届くと仮定して約 0.1 Oe である。これは電流による self field の 5.3 Oe にも相当する。すなわち 1列の fluxoid の侵入毎に表面の磁束線が $0.038\text{ rad} \approx 2.3^\circ$ 傾く。磁束分布の変化が完全に sample の中心まで届くためにはこれらの値はさらに大きくする。

さて今度は critical state model でこのような現象をどう説明する場合を考えておこう。critical state model では 1列の fluxoid の侵入や「中間状態」は全く考えない。そして 1列の fluxoid の完全な侵入にのみ対応して、この侵入によって前の軸に平行な fluxoid はその方向を垂直に押しこみ compression によって内側へと進むのである。そして中間状態は両極限の中間状態として手に入る。

101 実験は今の中間状態はどうか知らぬ。例として self field $10e$ の増加に対しては例の fluxoid の方が 29本に1本の割合で超伝導体へ侵入してゐる。これは self field 増加前の fluxoid の方向を度としてとると、この割合で侵入した fluxoid は約 12 degree も傾いてゐることは確かである。下記下図のよう configuration を考へられる。これもこの考へに正しいと考へられる。



傾斜の部分は H_c 方向の磁束が侵入し得る部分の例として $10.3p$ の fluxoid の表面は $27 < 29$ である。

self field が小になれば小くして侵入する fluxoid の数は急激に少なくなる。容易にわかるように傾き角は増加する。これは明らかである。決して self field 増加に対して前より磁束線が一端に傾くのである。これは critical state model の方程式から導かれる。磁束線が回転すれば今の回転に対して pin の傾き。電流による Magnetization の hysteresis の存在は道理である。

その後の研究の流れ

- ・ジョセフソンの理論の問題点の指摘(1981)
- ・磁束の回転運動の解の発見(1983)
- ・ジョセフソンの式からのはずれの原因(1983)
- ・Force-free トルクの導出と臨界電流密度の決定機構(1985)
- ・表面電界構造の証明(1985)
- ・熱力学効果：ピンニングエネルギーの分配(1985)
- ・臨界電流密度のピン力依存性の実験検証(1986a, 1986b, 1989)
- ・ピンニングがある状況下での force-free モデル(1994)
- ・抵抗状態でのエネルギー流と磁束運動の関係(1998)

[解説]

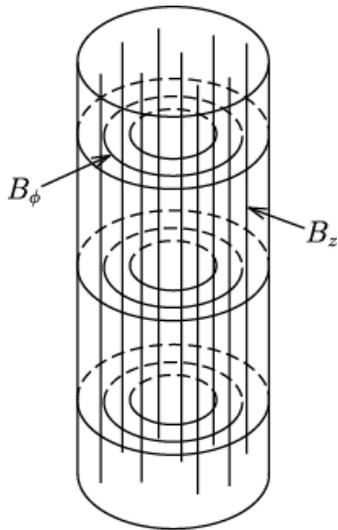
- ・磁束ピンニングと電磁現象(1994, 2007(英訳))
- ・超電導体の電磁現象(電気学会 2009)

(d) 磁束カッピング・モデルに関して

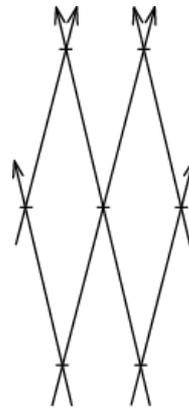
ジョセフソンの式 $E = B \times v$ からの外れを説明するなどの目的で提案された(縦方向の磁束は動かず、電流による横方向の磁束のみが運動 \Rightarrow ほぼ B に平行な E)

このように、**電磁現象の矛盾点を説明することは可能**

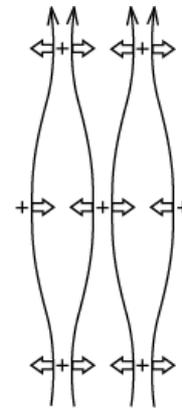
一方、force-free 状態が安定であるというジョセフソンの理論から、磁束カッピングの閾値が臨界電流密度を与えられた



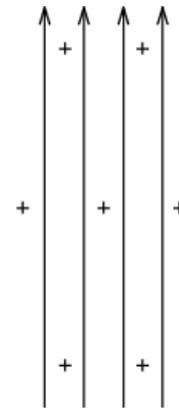
直接カッピング(Caveら)



(a)



(b)



(c)

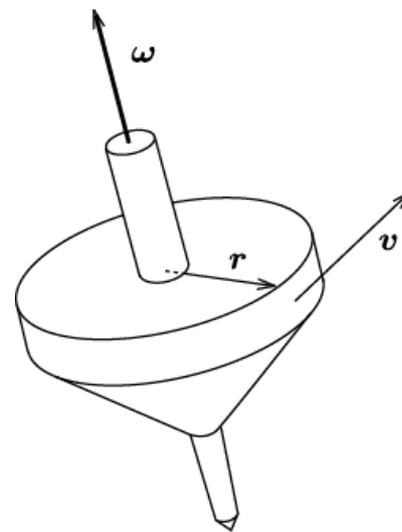
分断と再結合(Clem, Brandt)

磁束カッピング・モデルの主要な問題点

- ・間違っただジョセフソンの理論(force-free状態は安定)に立脚
- ・計算される閾値は実験値より大きすぎる
- ・臨界電流密度がピンニングの強さで決定することと矛盾
- ・抵抗状態の負電界を説明できない
- ・抵抗状態において磁束の縦成分が運動することを示す実験結果と矛盾

磁束の回転を考えることの意味

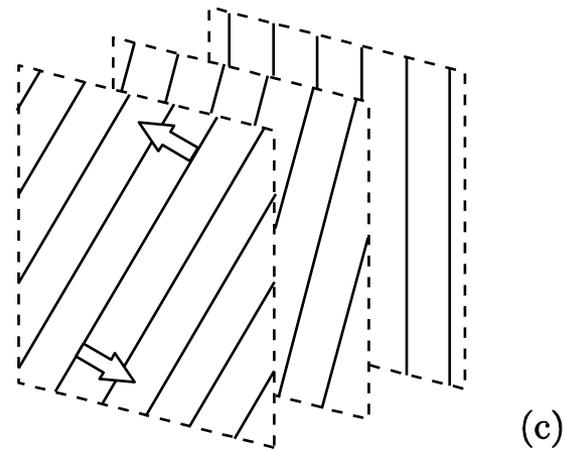
一見して面内の一様性と矛盾するようで
(E は面内で一様であるが、 $\mathbf{B} \times \mathbf{v}$ は一様でない)、これが大きな障害になっていたが、
実際には問題がない。
(物体の回転の場合、速度 \mathbf{v} は一様でなくとも、回転の角速度 $\omega = \text{rot } \mathbf{v}$ は一様)



磁束の回転を考えることで全ての点が解決

5. Force-free トルクが観測されない理由

- ・通常金属では**オームの法則**が成立し、電流は最短距離を直線的に流れ、**force-free 状態とはならない**(超伝導体ではオームの法則が成立せず、電流の流れ方は別の機構「ピンニング」で決定)
- ・Force-free 状態にある超伝導体であっても、このトルクは**内力**であるため、**打ち消しあってゼロ**となる。(磁化過程のローレンツ力と類似)



6. Force-freeトルクの学術的重要性

超伝導体において、しかも縦磁界下においてのみ現れる force-freeトルクは特殊なものか？

超伝導がより一般的なものになれば市民権を得る
(応用超伝導の推進、室温超伝導体の発見)

しかも、基礎理論から導出された電磁気学的基本法則

内容的には **ローレンツカの発見** に比肩

相対性理論との類似した立場

- ・光速度に近い特殊な場合にのみ観測
- ・実験からではなく、観念論的に創出
- ・変換した座標間の同等性と光速度不減の原理(マイケルソン-モーレーの実験)から導出

7. 電気学会の解説の目的

今回の発表

電気学会論文誌A 129巻 5号

2009年 5月 1日発行

縦磁界効果がforce-freeトルクによる磁束の回転運動に基づく電磁現象であることを総合的に説明することによって、理論的に導いたforce-freeトルクの実在を明らかにした

全体の構想

- I. 電磁気学と超電導(2008年9月)
- II. 超電導体内の電磁現象(2009年5月)

学部教育の基礎においても先端的な研究においても**超伝導が電磁気学に深く関わる**ことを例をもって世界に広く知らしめるため

現状では電磁気学は完成したのものとして、物理の研究分野にはなく、個々の研究分野に分散。しかし、実際に示したように、例えば超伝導を導入することによって、教育そのものが改善され、一方で、これまで埋もれていたような知見が得られる。

電磁気学と超伝導の歴史

1785 クーロンの法則

1820 電流の磁気作用

1826 アンペールの法則

オームの法則

1831 ファラデーの法則

1864 マクスウェル理論

1911 超伝導現象の発見

1933 マイスナー効果の発見

E - B 対応の中での導体と超伝導体の対応

導体

超伝導体

$$E = 0$$

$$B = 0$$

$$\rho = 0$$

$$i = 0$$

Φ 一定

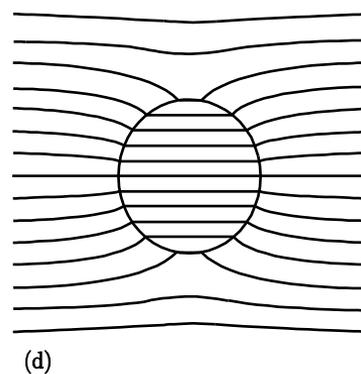
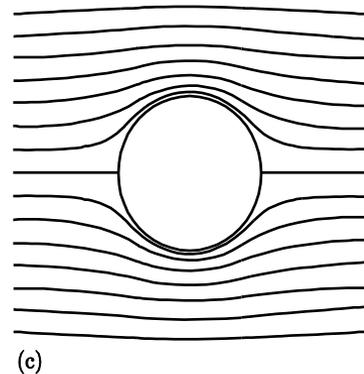
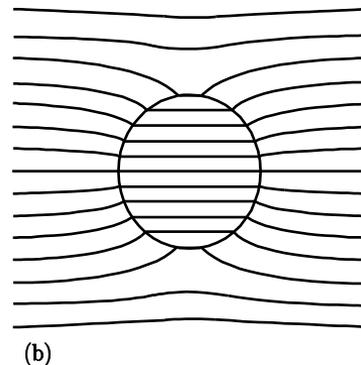
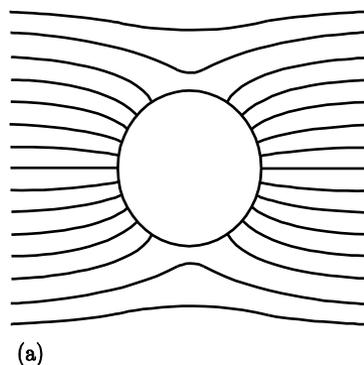
A 一定

渦なし

発散なし

(発散あり)

(渦あり)



完全反磁性($B = 0$)を示す物質があっても不思議ではない

このとき、遮蔽は輸送電流で与えられるため、その物質の電気抵抗は0
でなければならない

19世紀において超伝導体の存在の予言は可能であった

超伝導の導入によるその他のメリット

- ・孤立した磁束保存系

- ⇒ 電磁誘導によらず、磁気力に抗した**力学的仕事から静磁気エネルギーを導出**できる
(従来は、電磁誘導による電気エネルギーに換算してから)
逆に、**電磁誘導の予測も可能**

- ・真電流の磁化と磁化電流の磁化の分離

- ⇒ **磁性体の磁化との明確な区別**を通して、 $E-B$ 対応の高度化に貢献
(導体の静電誘導と誘電体の電気分極の関係に対応)

- ・電磁誘導に関する統一的記述

- ⇒ **ファラデーの法則とフレミングの右手の法則の統一**
(磁束の連続の式より磁束分布の時間変化を磁束の速度として求めることができる)

超伝導がもつポテンシャルを極める必要

8. まとめ

- ・マクスウェル理論からforce-free 歪に対する弾性復元トルクであるforce-free トルクを導出した。
- ・このトルクは直接観測することはできないが、その存在が縦磁界効果の説明を通して間接的に証明された。
- ・超伝導体における縦磁界効果の特異性はforce-free トルクによる磁束の回転運動に起因する。
- ・超伝導体ではオームの法則の束縛から逃れられるため、電磁気学の基本的法則が成立する。したがって、基礎的な部分から先端的な部分まで、広い範囲で超伝導現象を見直すことの重要性が明らかになった。