

垂直磁界中の超伝導薄膜の磁化緩和による
誘導電界に関する研究

野中 政男

平成 20 年 2 月 26 日

電子情報工学科

目次

第 1 章	序章	1
1.1	はじめに	1
1.2	磁束クリープ・フローモデル	2
1.2.1	磁束クリープ	2
1.2.2	磁束クリープによる電界	3
1.2.3	磁束クリープと磁束フローによる電界	6
1.2.4	ピン・ポテンシャル U_0	6
1.3	垂直磁界下での超伝導薄膜の磁化緩和に関する従来の研究	8
1.3.1	直流四端子法	8
1.3.2	SQUID 磁力計による磁化緩和測定	8
1.4	本研究の目的	11
第 2 章	計算	12
2.1	従来の自己インダクタンス L の計算方法	12
2.2	ビオ・サバルの法則による E - J 特性	16
第 3 章	結果および検討	19
3.1	実験データ	19
3.2	試料	19
3.2.1	試料の作製方法	19
3.2.2	IBAD 法による二軸配向	20
3.2.3	PLD 法による超伝導層の成膜	20
3.3	実験結果への適用	21
第 4 章	結論	25
4.1	今後の課題	26

付録 A	ビオ・サバルの法則	27
付録 B	アンペールの法則	29
付録 C	Neumann の公式	31
	参考文献	33

表目次

図目次

1.1	臨界温度	2
1.2	磁束バンドルの位置に対するエネルギー変化の概念	5
1.3	ピンニング相関距離 L と超伝導体の厚さ d の関係の模式図	8
1.4	測定時の c 軸方向の磁束の分布	9
1.5	超伝導薄膜試料の形状	10
1.6	円形コイルの形状	10
1.7	厚さ d 、直径 l の長い中空円柱	11
2.1	円環状コイルの外見	12
2.2	導線の断面	13
2.3	半径 a 、 b のコイルを同軸上に正対させた図	14
2.4	面電流密度 τ で電流が流れている半径 a の円盤型薄膜	18
3.1	YBCO-coated 線材の構造	20
3.2	従来の方法で求めた 1T の垂直磁界中、20-60K での YBCO 超伝導薄膜の E - J 特性と今回の方法で求めた結果	21
3.3	電界基準 $E = 1.0 \times 10^{-10}$ V/m を用いて決定した 1T における J_c の比較。	22
3.4	(2.3) 式と (2.4) 式を用いて評価した 1T の垂直磁界中での Bi-2223 線材の E - J 特性	23
A.1	線路 C を流れる電流 I の微小部分と観測点 P	28
B.1	直線電流を軸とする円 C	30
C.1	半径 a 、 b の二つの円形コイルを中心距離 d をへだてて同軸的に正対させた図	32

第 1 章 序章

1.1 はじめに

オランダの Kamerlingh Onnes(カメリン・オネス) が 1911 年に水銀の電気抵抗が約 4 K で突然ゼロになることを発見し、これを超伝導現象と名付けた。この現象を発見して以来、様々な超伝導体が発見されてきた。その後、金属や合金などの様々な物質で超伝導現象が認められる。多くの超伝導体が発見される中で、超伝導の開発機構に関する研究も進められてきた。しかし、決定的な論理が発見されず、しばらくの間超伝導現象に関する研究は進まなかった。その後、1957 年に超伝導発現機構を説明する BCS 理論が登場し、超伝導現象が説明できた。BCS 理論では、超伝導体が発見された超伝導状態から常伝導状態へと移行する温度(臨界温度 T_c) が 30 K を超えないであろうと考えられていた。ところが、1986 年にベドノルツ (Johannes G. Bednorz) と ミューラー (Karl Alex Müller) によって酸化物系物質 (La-Ba-Cu-O) で 30 K 級超伝導体の可能性が示され、その後すぐに、Y-Ba-Cu-O や Bi-Sr-Ca-Cu-O などの液体窒素の沸点 (77 K) を大きく超える臨界温度を持つ酸化物超伝導体が発見された。その後も、様々な超伝導体が発見され、臨界温度 T_c が 130 K を越える物質も発見されている。図 1.1 に様々な超伝導体における臨界温度とその発見された年を示す。

こうした高温超伝導体の発見により、冷却に液体ヘリウムを使わなければならなかった従来の超伝導体に比べ、液体窒素による冷却で十分となったことから、冷却コストの低減が見込まれる。しかしながら、十数年を経た今日、高温超伝導体の応用の難しさが理解され、単なる臨界温度の高い超伝導体の追求やそれらの構造解析だけでなく、超伝導機器としての応用のために超伝導体の特性をより詳しくしていくことが必要である。

現在、液体窒素温度以上の臨界温度を持つ高温超伝導体のうち応用が期待されている超伝導体として考えられているものは主に Y 系と Bi 系の 2

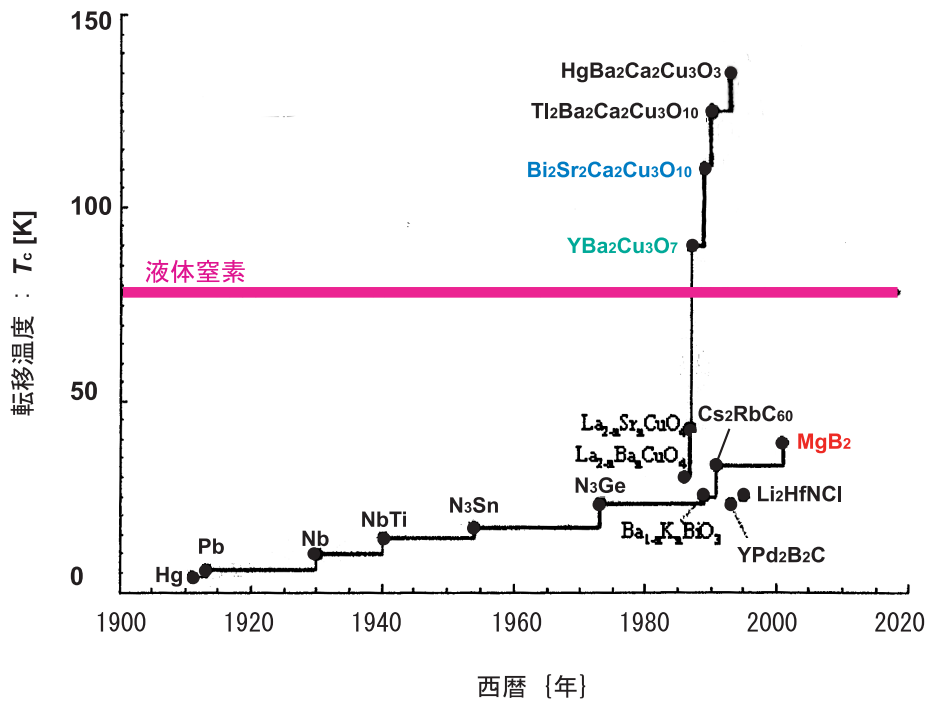


図 1.1 臨界温度

種類がある。このうち Bi 系の超伝導体は実際に km オーダーの線材が作られ、それを使用した超伝導マグネットなども製作されている。これは、Bi 系の超伝導体が圧延などの既存の技術で容易に線材化できるからである。一方 Y 系の超伝導体は Bi 系の超伝導体に比べ高い臨界電流密度を持つので、次世代線材として期待されている。しかし、Bi 系で用いたような技術では実用的な線材を作ることが出来ず、その製作には特殊な製法が必要となる。このため、長尺化が困難で製作にも非常に高いコストがかかるなどの問題がある。しかし、近年技術の進歩によって高い特性を持った長尺の線材が作られ始めている。コスト以外にも厚膜化など課題も多いが物質そのもののポテンシャルは高く、今後の研究の進展が期待される。

1.2 磁束クリープ・フローモデル

1.2.1 磁束クリープ

磁束クリープとは、ピンニングをもたらす欠陥に捕まった磁束線が熱振動によってある確率でピンポテンシャルからはずれてしまう磁束線の運動のことである¹⁾。磁束クリープの影響が顕著に現れるのが超伝導永久電流

による磁化の緩和である。超伝導体の大きな特徴として、電流を抵抗なしに流せるという特徴があるが、実際には超伝導体試料の直流磁化を長時間にわたって測定すると、わずかながら減衰している。すなわち、外部環境が一定で遮蔽電流が時間とともに減衰しており、ピンニングに基づく超伝導電流が真の永久電流でないことを示している。これは磁束線がピン止めされた状態が、エネルギーの局所的な極小に対応した準安定状態でしかなく、真の平衡状態でないことを示している。そのため遮蔽電流のない真の平衡状態へ向かうため緩和、すなわち、遮蔽電流の減衰が起こる。この現象を磁束クリープと呼ぶ。

1.2.2 磁束クリープによる電界

いま、電流が流れている状態でひとつの磁束バンドルを考える。図 1.2は、磁束バンドルの位置に対するエネルギーの変化を簡単に表したものである。Lorentz 力による仕事を考慮したため全体としては右下がりとなっている。熱揺動がないと仮定した場合、この状態のまま磁束バンドルは安定で、電流密度がさらに大きくなっても動き出さない。電流密度が大きくなるにつれてエネルギー・バリア U は小さくなっていき、 $U = 0$ となって理想的な臨界状態となる。図 1.2の状態において磁束バンドルがピンから外れるためには、エネルギー・バリア U を越える必要があり、このバリアを越える確率は Arrhenius の式 $\exp(-U/k_B T)$ で与えられる。ここで、 k_B はボルツマン定数である。磁束バンドルの振動周波数を ν_0 、磁束クリープで一度に飛ぶ距離を磁束線格子間隔 a_f 程度とすると、 $a_f \nu_0 \exp(-U/k_B T)$ が単位時間当たりの移動距離、つまり速度を与える。これより、エネルギー・バリア U を越えるときに発生する電界 E_1 は

$$E_1 = B a_f \nu_0 \exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) \quad (1.1)$$

で与えられる。一方、ローレンツ力と反対側へのエネルギー・バリア U' を越えるときに発生する電界 E_2 は

$$E_2 = -B a_f \nu_0 \exp\left(-\frac{U'}{k_B T}\right) \quad (1.2)$$

で与えられる。したがって、磁束クリープによって生じる電界の大きさは(1.1)式、(1.2)式を足しあわせて

$$E = Ba_f\nu_0 \left[\exp\left(-\frac{U}{k_B T}\right) - \exp\left(-\frac{U'}{k_B T}\right) \right] \quad (1.3)$$

でとなる。ここで、図 1.2 のポテンシャルを

$$F(x) = \frac{U_0}{2} \sin \frac{2\pi}{a_f} x - fx \quad (1.4)$$

のように正弦波的なものと仮定する。ここで x は磁束バンドルの中心の位置であり、 $f = JBV$ で V は磁束バンドルの体積である。すると(1.3)式は以下に示すようにして

$$E = Ba_f\nu_0 \exp\left[-\frac{U(j)}{k_B T}\right] \left[1 - \exp\left(-\frac{\pi U_0 j}{k_B T}\right) \right] \quad (1.5)$$

という形に変形出来る。

この(1.5)式は次のようにして導出できる。磁束バンドルが平衡位置にあるときを $x = -x_0$ とすると $x = x_0$ のときエネルギーは極大となり、それぞれの場所でのポテンシャルの変化、つまり $F'(x)$ は 0 となる。これより

$$x_0 = \frac{a_f}{2\pi} \cos^{-1} \left(\frac{fa_f}{U_0\pi} \right) \quad (1.6)$$

が求まる。図 1.2 から明らかなようにエネルギー・バリア U は $U = F(x_0) - F(-x_0)$ で与えられるので

$$\begin{aligned} U &= U_0 \sin \left[\cos^{-1} \left(\frac{fa_f}{U_0\pi} \right) \right] - \frac{fa_f}{\pi} \cos^{-1} \left(\frac{fa_f}{U_0\pi} \right) \\ &= U_0 \left[\left\{ 1 - \left(\frac{2f}{U_0k} \right)^2 \right\}^{\frac{1}{2}} - \frac{2f}{U_0k} \cos^{-1} \left(\frac{2f}{U_0k} \right) \right] \end{aligned} \quad (1.7)$$

となる。ただし、ここで $\sin(\cos^{-1}x) = \sqrt{1-x^2}$ を使い、また $k = a_f/2\pi$ と置いた。熱揺動が無いと仮定すると、電流密度 J が磁束クリープがないと仮定したときの仮想的な臨界電流密度 J_{c0} を取るとき、理想的な臨界状態 $U = 0$ が達成される。このためには $2f/U_0k = 2J_{c0}BV/U_0k = 1$ となる必要があり、これより

$$\left(\frac{2f}{U_0 k}\right) = \frac{J}{J_{c0}} \equiv j \quad (1.8)$$

を得る。よって(1.7)式は

$$U(j) = U_0[(1 - j^2)^{1/2} - j \cos^{-1} j] \quad (1.9)$$

となる。また、

$$U' \simeq U + fa_f = U + \pi U_0 \frac{J}{J_{c0}} \quad (1.10)$$

の関係が得られ、これより(1.5)式が導かれる。なお(1.9)式からも $j = 1$ のときは理想的な臨界状態となりエネルギー・バリア U は0、 $j = 0$ のときは真のピン・ポテンシャル・エネルギー U_0 となることが分かる。

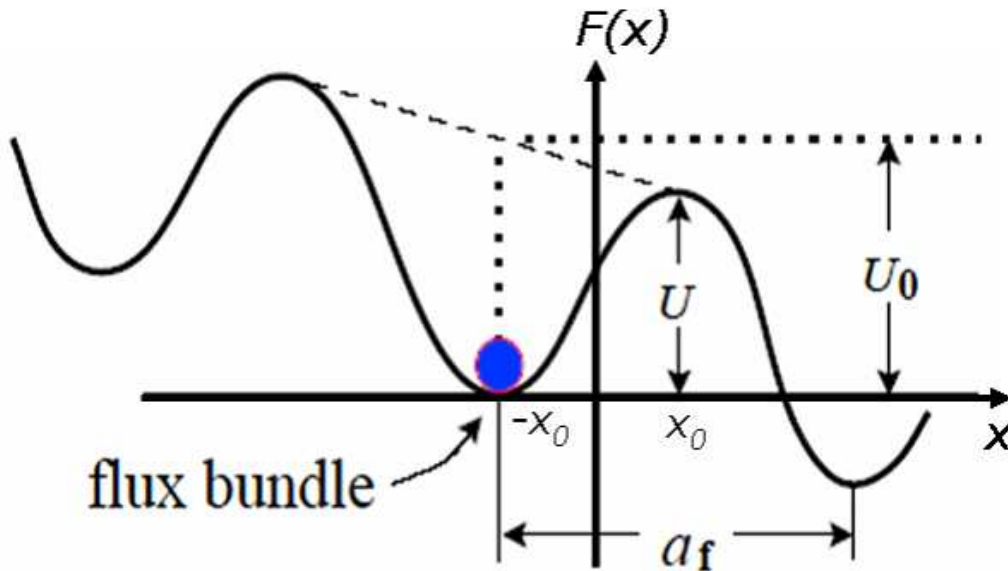


図 1.2 磁束バンドルの位置に対するエネルギー変化の概念

1.2.3 磁束クリープと磁束フローによる電界

電流が流れているときに発生する電界は磁束クリープによる電界と磁束フローによる電界が考えられる。磁束フローとは電流密度が臨界電流密度を越えたときに磁束線が一気に運動を始める現象のことである。前にも述べたように磁束クリープによって発生する電界は(1.5)式で与えられる。そこで、磁束フロー状態か否かで次の二つの式で与えられると仮定する。一つは磁束フロー状態で無い場合、つまり規格化電流密度 j が $j < 1$ の場合に磁束クリープによって発生する電界。二つ目が磁束フロー状態、つまり $j \geq 1$ の場合に磁束クリープによる電界である。

$$\begin{aligned} E_{\text{cr}} &= Ba_f \nu_0 \exp \left[-\frac{U(j)}{k_B T} \right] \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi U_0 j}{k_B T} \right) \right]; & j < 1 \\ &= Ba_f \nu_0 \left[1 - \exp \left(-\frac{\pi U_0}{k_B T} \right) \right]; & j \geq 1 \end{aligned} \quad (1.11)$$

一方、磁束フローによる電界成分は

$$\begin{aligned} E_{\text{ff}} &= 0; & j < 1 \\ &= \rho_f (J - J_{c0}); & j \geq 1 \end{aligned} \quad (1.12)$$

で与えられる。ここで ρ_f はフロー比抵抗である。 $j < 1$ では全体で発生する電界は磁束クリープによるもののみとなるが、 $j \gg 1$ では磁束フローによる電界が支配的となると思われる。そこで、全体の電界は

$$E = (E_{\text{cr}}^2 + E_{\text{ff}}^2)^{1/2} \quad (1.13)$$

のように、二乗平均で近似して与えられるものとする。

1.2.4 ピン・ポテンシャル U_0

磁束クリープによる超伝導電流の緩和率や、不可逆曲線を決定する上で重要なピン・ポテンシャル・エネルギー U_0 は磁束バンドルの体積 V 、相互相関距離 d_i を a_f を用いて

$$d_i = \frac{a_f}{\zeta} \quad (1.14)$$

と表したときの定数である ζ から次のように表される²⁾。

$$U_0 = \frac{1}{2\zeta} J_{c0} Ba_f V \quad (1.15)$$

a_f は ϕ_0 を磁束量子として $(2\phi_0/\sqrt{3}B)^{1/2}$ となる。この (1.15) 式から、ピンニング力だけでなく超伝導体の磁束バンドルの体積が、 U_0 を決定する上でも非常に重要なことが分かる。ここで、磁束バンドルを図 1.3 のようなモデルで考える。ピンニング相関距離を L 、横方向の磁束バンドルサイズを R 、超伝導体の厚さを d とすると、 L と d の大小関係によって磁束バンドルのサイズ V が異なる値をとる。それぞれの場合に応じて L 、 R 、 d を与えることで、対応した U_0 を理論的に計算することが出来、以下のようになる。 R は磁束線格子間距離 a_f 程度かその数倍であると考えられており、

$$R = ga_f \quad (1.16)$$

のように表す。ここで、 g^2 は磁束バンドル中の磁束の本数である。 L は

$$L = \left(\frac{C_{44}}{\alpha_L} \right)^{1/2} = \left(\frac{Ba_f}{\zeta\mu_0 J_{c0}} \right)^{1/2} \quad (1.17)$$

で与えられる。ここで、 $C_{44}=B^2/\mu_0$ は磁束線の曲げの歪みに対する弾性定数、 α_L は Labusch パラメーターである。磁束バンドルの体積は $V = R^2 L$ から求められるが、超伝導体の厚さ d がピンニング相関距離 L より大きい場合 (図 1.3 の左図)

$$U_0 = \frac{0.835g^2 k_B J_{c0}^{1/2}}{\zeta^{3/2} B^{1/4}} \quad (1.18)$$

となり、 d が L より小さい場合 (図 1.3 の右図)、磁束バンドルの体積は $V = dR^2$ となり、

$$U_{0c} = \frac{4.23g^2 k_B J_{c0} d}{\zeta B^{1/2}} \quad (1.19)$$

となる。

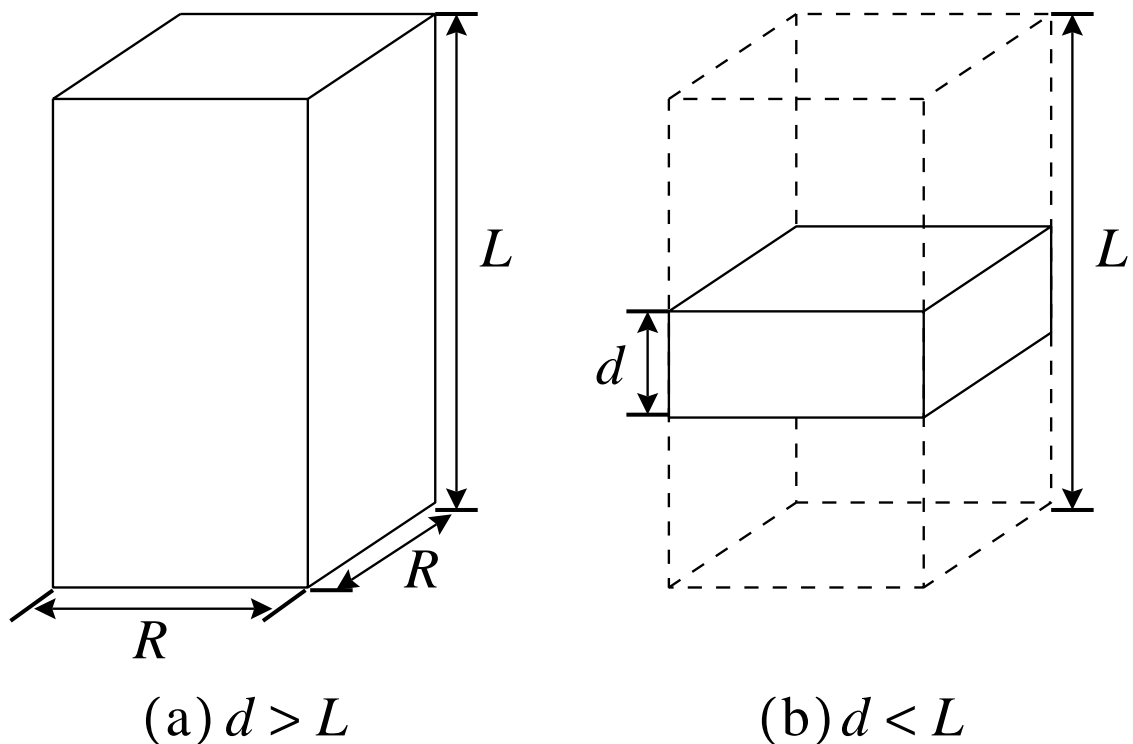


図 1.3 ピンニング相関距離 L と超伝導体の厚さ d の関係の模式図

1.3 垂直磁界下での超伝導薄膜の磁化緩和に関する従来の研究

従来の磁化緩和の研究では、直流四端子法による電圧 - 電流測定と SQUID 磁力計での磁化緩和測定が主に行われている。

1.3.1 直流四端子法

直流四端子法 (four terminal method) は、試料の E - J 特性を測定する手法の一つで、試料の両端から直接電流を通電し、試料中央部の端子間の電圧を測定する手法である。実験装置が比較的簡単で、測定時間も比較的短くてすむなどの特徴を持つ。

1.3.2 SQUID 磁力計による磁化緩和測定

SQUID 磁力計での磁化緩和測定では、試料に対して十分大きな磁界を加え、それから目的とする磁界まで下げる。これは試料に磁束を十分トラップさせた臨界状態にするためである。この操作により試料は内部の磁束を保とうとして永久的に一定の遮蔽電流を流し続けようとする。しかしながら、実際には時間に対して対数的に遮蔽電流の減衰が起きる。この遮蔽電流

は磁化から求めることができ、また Maxwell の方程式と磁化の時間変化から電界を求めることができる。以上のことから、磁化の緩和測定から E - J 曲線を得ることができる。ここでの電界領域は約 1.0×10^{-8} V/m 以下の超低電界領域である。

ここで長さ l 、幅 w 、磁界方向の厚さ d の平板状超伝導体 ($l > w$) の電流密度 J は

$$J = \frac{12m}{w^2 d(3l - w)} \quad (1.20)$$

となる。ここで m は磁気モーメントである。

ここで試料の形状が磁界方向に沿って無限に長い場合を考える。四方向から磁束が侵入した場合、試料内の磁束の分布は図 1.4 のようになり、このとき試料に侵入した磁束 Φ は

$$\Phi = wlB_e + \frac{\mu_0 m}{d} \quad (1.21)$$

で表される。ここで、 B_e は反磁性による磁束密度である。

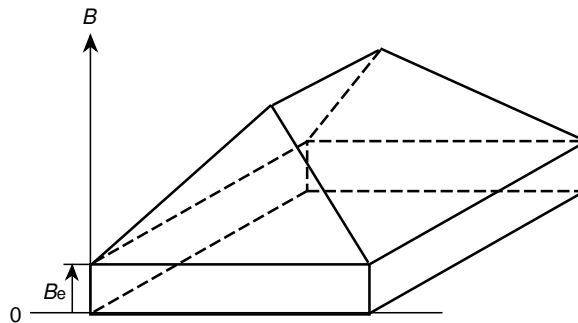


図 1.4 測定時の c 軸方向の磁束の分布

一方、Faraday の法則により、試料内の電界 E は、

$$E = -\frac{1}{2(l+w)} \cdot \frac{d\Phi}{dt} \quad (1.22)$$

で表される。

しかしながら、超伝導薄膜試料(図 1.5)は磁界の方向に対しても薄いため、このままでは E が過大評価されてしまう。そのため、この形状の影響を考慮しその補正係数を G とすると、電界 E は次のように表すことができる。

$$E = -\frac{\mu_0 G}{2d(l+w)} \cdot \frac{dm}{dt} \quad (1.23)$$

この補正係数 G は、近似的に直径 d のワイヤーからつくった直径 l の一巻きの円形コイル (図 1.6) による自己インダクタンス $L_1 = (\mu_0 l / 2) \log(8l/d)$ [H] と厚さ d 、直径 l の長い中空円柱 (図 1.7) の自己インダクタンス $L_2 = \pi \mu_0 l^2 / 4$ [H] の比で与えられ、 $G = L_1 / L_2$ を見積もることができる。



図 1.5 超伝導薄膜試料の形状

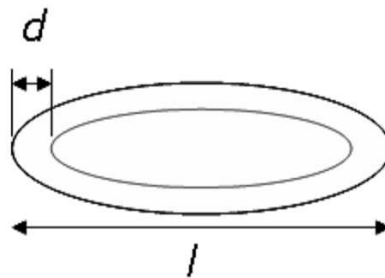


図 1.6 円形コイルの形状

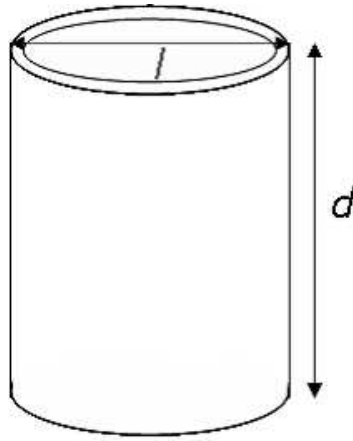


図 1.7 厚さ d 、直径 l の長い中空円柱

以上、式 (1.20)、式 (1.23) を用いて SQUID 磁力計による磁化の緩和測定より E - J 曲線が評価される。

1.4 本研究の目的

先ほど述べたように、超伝導体には電流を抵抗なしに流せるという特徴があるが、実際には遮蔽電流の減衰が起こり、真の永久電流ではないことがわかっている。よって、永久電流の緩和特性について調べる必要がある。現在、応用が期待されている高温超伝導体の代表的なものの一つが YBCO-coated 線材であり、電流の緩和特性が調べられている。こうした緩和特性は超伝導内の磁束運動に基づく電圧 - 電流 (E - J 特性) によって表される。通常、磁化緩和測定において磁化から電流密度 J を、緩和率から電界 E を求めるのであるが、超伝導試料の形状の影響のため、正確な電界の値を求めることは容易ではない。これまでは超伝導体面に垂直に磁界を加えた場合の電界 E を求めるのに、細い線で作製した 1 ターンコイルのインダクタンス L を用いて近似的に求めていた。しかし、応用を考える際に重要になってくる永久電流の緩和特性は正確に求める必要がある。したがって、本研究では具体的な試料の形状に対して、ビオ・サバルの方式を用いて正しい電界 E を求める方法を見つけることを目的とする。

第 2 章 計算

本研究では、具体的な試料の形状に対してビオ・サバルの法則を用いて電界 E を求めていく。また、従来の計算方法と比較することによって、計算結果の妥当性を示す。

2.1 従来の自己インダクタンス L の計算方法

従来の方法では、自己インダクタンス L を計算するのに半径 d の導線で作製した直径 l の 1 ターンの、円環状コイルで近似して求めていた。これは、超伝導試料の形状の影響を考えると正確な電界 E を求めることが容易ではないため、円環状コイルに近似して求めている。近似したコイルの外見を図 2.1 に示す。

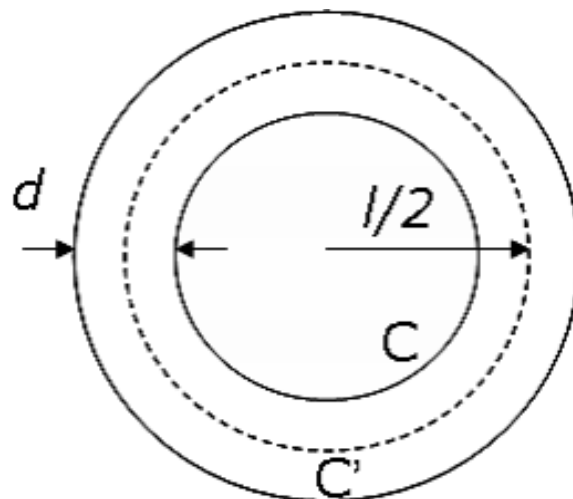


図 2.1 円環状コイルの外見

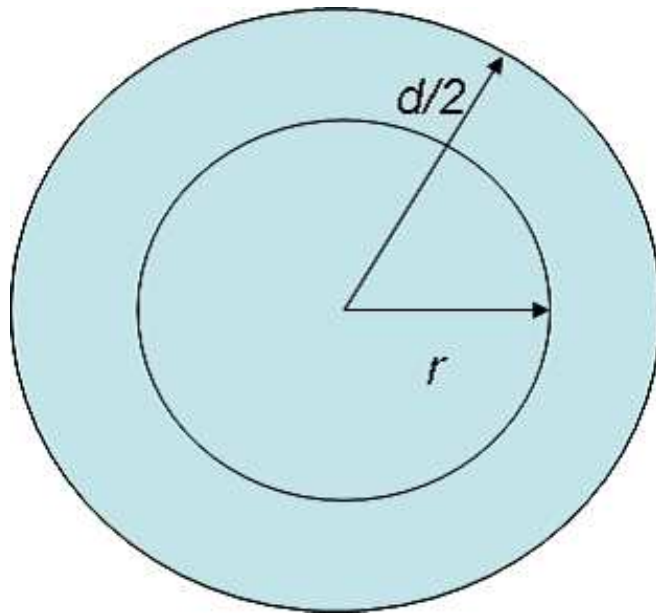


図 2.2 導線の断面

このコイルに電流 I を流したときに生じる磁束は、導線内部に作られる磁束と導線に囲まれた真空部分に生じる磁束に分けられる。

まず導線内の磁束を求める。導線の断面を図 2.2 に示す。導線の直径 d がコイルの直径 l に比べて限りなく小さい場合、この導線内の磁束部分布は導線をまっすぐにした場合の分布に近似できる。電流 I が断面に一様に流れているので、中心軸から r の距離で $(r < d/2)$ の範囲での全電流は $r^2/(d/2)^2 I$ である。半径 r の円上でアンペールの法則を適用する。したがって、この位置での磁束密度は

$$B = \frac{2\mu_0 I r}{\pi d^2} \quad (2.1)$$

となる。よって、導線内の全磁束 Φ_i は

$$\begin{aligned} \Phi_i &= \int_0^{d/2} B \pi l dr \\ &= \frac{\mu_0 I l}{8} \end{aligned} \quad (2.2)$$

となる。

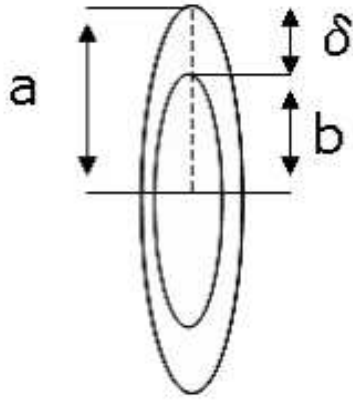


図 2.3 半径 a 、 b のコイルを同軸上に正対させた図

次に図 2.1 の真空部分に生じる磁束 Φ_e を求める。 l の場合、この Φ_e は導線の中心線 C' に電流 I が集中しているとしたときとほぼ同じである。 C と C' の相互インダクタンス M とすると磁束 Φ_e は $\Phi_e = MI$ から求められる。したがって M を計算することによって Φ_e が求められる。相互インダクタンス M を求めるには図 2.1 とは別に、半径 a 、 b の二つのコイルを同軸的に正対させた場合 (図 2.3) を考える。この時の相互インダクタンス M は Neumann の公式より

$$M = \mu_0 \sqrt{ab} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right] \quad (2.3)$$

となる。ただし、 k 、 $K(k)$ 、 $E(k)$ はそれぞれ

$$k = \frac{4ab}{(a+b)^2} \quad (2.4)$$

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi'}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi'}} \quad (2.5)$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2 \psi'} d\psi' \quad (2.6)$$

であり、 K と E はそれぞれ第 1 種楕円関数と第 2 種楕円関数である。

今回の円環状コイルの円 C と円 C' で考えると、断面の半径は限りなく小さいので a と b が限りなく近くなる。よって $k \rightarrow 1$ の場合の近似形を求めると、

$$E(k) = 1 \quad (2.7)$$

$$K(k) \simeq \log \frac{8a}{\delta} \quad (2.8)$$

ここで、 δ は

$$\delta = \sqrt{(a-b)^2 + d} \quad (2.9)$$

となる。よって、相互インダクタンス M は

$$M = \mu_0 a \left(\log \frac{8a}{\delta} - 2 \right) \quad (2.10)$$

円 C と円 C' で考えると、 $a = l/2$ 、 $\delta = d/2$ となるので円 C と円 C' の相互インダクタンスは

$$M = \frac{\mu_0 l}{2} \left(\log \frac{8l}{d} - 2 \right) \quad (2.11)$$

よって、 Φ_e は

$$\Phi_e = \frac{\mu_0 I l}{2} \left(\log \frac{8l}{d} - 2 \right) \quad (2.12)$$

したがって、半径 $d/2$ の断面を持つ平均半径 a の円環状コイルの磁束 Φ は

$$\begin{aligned} \Phi &= \Phi_i + \Phi_e \\ &= \frac{\mu_0 I l}{2} \left(\log \frac{8l}{d} - \frac{7}{4} \right) \end{aligned} \quad (2.13)$$

となる³⁾。自己インダクタンス L は $\Phi = LI$ なので、(2.13) 式より

$$L = \frac{\mu_0 l}{2} \left(\log \frac{8l}{d} - \frac{7}{4} \right) \quad (2.14)$$

従来では(2.14)式を用いて近似的に自己インダクタンス L を求めていた。

2.2 ビオ・サバールの法則による E - J 特性

ここでは従来の近似の正当性を確かめるために、試料の具体的な形状を仮定してそのインダクタンスを求める。簡単にするために、半径 $l/2$ の円盤型薄膜として厚さは無視できるものとする。実際の円盤型薄膜では、数 mm の大きさに対して厚さは $1\mu\text{m}$ のオーダーなのでこの仮定は正しいといえる。垂直磁界下での円盤には面電流密度 τ で電流が流れており、この全電流 I に対して薄膜を貫く磁束 Φ を求める。図 2.4 においてビオ・サバールの法則より、点 A を流れる電流素片 $dIrd\psi = \tau r dr d\psi$ により点 P に生じる磁束密度 dB は

$$dB = \frac{\mu_0 \tau r}{4\pi R^2} \sin \theta dr d\psi \quad (2.15)$$

である。ここで、 $\sin \theta$ は

$$\sin \theta = \frac{r - r_0 \cos \psi}{\sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \psi}} \quad (2.16)$$

であり、 R は

$$R = \sqrt{r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \psi} \quad (2.17)$$

となる。ここで ψ と θ は図 2.4 に示す。したがって、点 P における磁束密度は

$$B_{(r_0)} = \frac{\mu_0 \tau}{4\pi} \int_0^{l/2} \int_0^{2\pi} \frac{r(r - r_0 \cos \psi)}{(r^2 + r_0^2 - 2rr_0 \cos \psi)^{3/2}} dr_0 d\psi \quad (2.18)$$

と表される。これより、 $r = lx/2$ 、 $r_0 = ly/2$ と置くと磁束 Φ は

$$\Phi = \frac{\mu_0 Il}{4} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{xy(x - y \cos \psi)}{(x^2 + y^2 - 2xy \cos \psi)^{3/2}} dx dy d\psi \quad (2.19)$$

と表される。したがってこの試料の自己インダクタンス L' は

$$L' = \frac{\mu_0 l}{4} \int_0^1 \int_0^1 \int_0^{2\pi} \frac{xy(x - y \cos \psi)}{(x^2 + y^2 - 2xy \cos \psi)^{3/2}} dx dy d\psi \quad (2.20)$$

と表される。これを用いて、電界 E は

$$E = \frac{L'}{\pi l} \cdot \frac{dI}{dt} \quad (2.21)$$

で与えられる。SQUID 磁力計による磁化緩和測定において得られる磁化の時間変化から、電流密度の時間変化を求め、さらに電流の時間変化 dI/dt を求めることができる。

例えば、 $l/2 = 5.0 \text{ mm}$ 、 $d = 1.0 \text{ }\mu\text{m}$ の場合、 $L' = 5.3 \times 10^{-3} \mu_0 \text{ [H]}$ となるのに対して、 $L = 4.8 \times 10^{-2} \mu_0 \text{ [H]}$ となる。得られた二つの値は大きく異なっており、(2.14) 式から求まる L では厚さ d が限りなく小さくなると過大評価されてしまう。

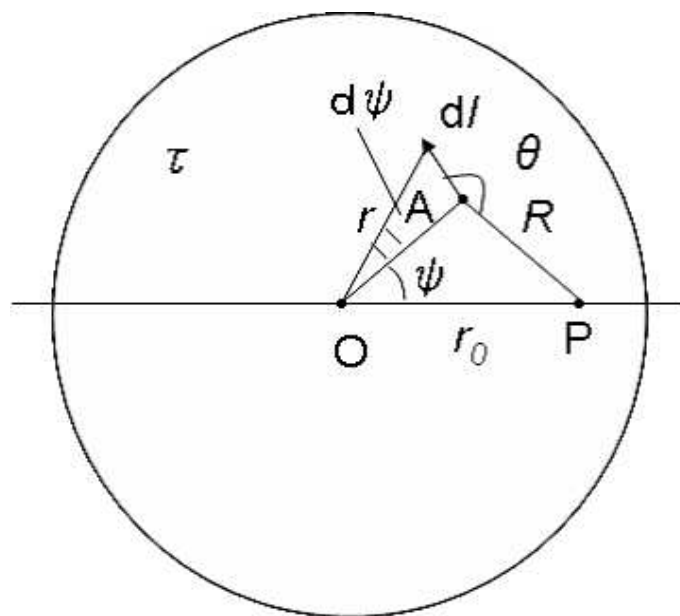


図 2.4 面電流密度 τ で電流が流れている半径 a の円盤型薄膜

第 3 章 結果および検討

ここでは 2 章で求められた (2.20) 式と (2.21) 式を、実際の実験結果に適用し E - J 特性を求める。また、従来の自己インダクタンス L を用いた超伝導線材の低電界領域における E - J 特性と比較する。

3.1 実験データ

ここで扱うのは YBCO 超伝導薄膜試料の実験データ⁴⁾である。超伝導体の厚さは $d = 2.50 \times 10^{-7}$ m、サイズは $l = 3.20 \times 10^{-3}$ m、 $w = 3.20 \times 10^{-3}$ m の正方形であるが、ここでは面積が等しくなるように直径 $l = 3.53 \times 10^{-3}$ m の円盤型で近似する。臨界電流密度は SQUID 磁力計で測定された磁界 1T 中で温度 20K、電界基準 $E_c = 1.0 \times 10^{-8}$ V/m としたとき $J_c = 5.21 \times 10^{10}$ A/m² である。この試料の緩和特性の測定データに (2.20) 式、(2.14) 式を適用させて E - J 特性を評価した。以下に YBCO-coated 超伝導薄膜の作成方法を示す。

3.2 試料

3.2.1 試料の作製方法

Y 系超伝導体は結晶構造が 3 次元的であり Bi 系と違い機械的な応力ではほとんど配向しないため、物質本来の高い特性を利用するためには結晶の向きを揃える結晶粒配向制御が必要となる。それも、一軸配向だけでは不十分であり、面内配向まで含めた二軸配向を実現する必要がある。そこで、配向した超伝導層を得るために中間層を二軸配向させその上に超伝導層を成膜する。SRL-名古屋製の試料ではハステロイテープに、中間層として $Gd_2Zr_2O_7$ (GZO) を IBAD 法にて成膜し、その上にキャップ層として CeO_2 を PLD 法にて成膜したものを基板に用いる。この基板に PLD 法を用い、

連続成膜にて YBCO を成膜した。基板の構造の概略図について図 3.1 に示す。

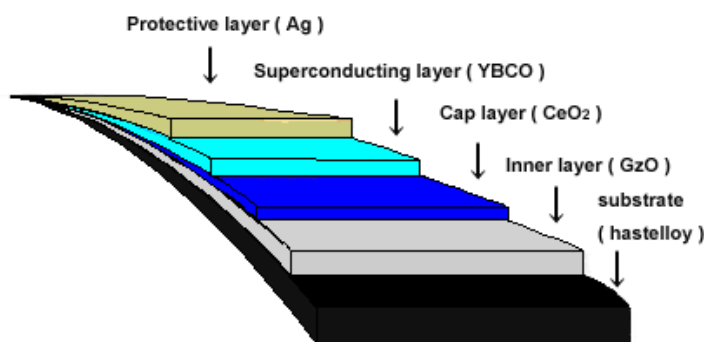


図 3.1 YBCO-coated 線材の構造

3.2.2 IBAD 法による二軸配向

IBAD(Ion Beam Assisted Deposition) 法とは、通常のイオンビームによるスパッタ蒸着法に改良を加え、アシストビームと呼ばれる第二のイオンビームを成長中の薄膜表面に特定方位から同時照射する事により、薄膜を構成する全ての結晶粒の結晶軸を同一方向に揃えた二軸配向中間層膜を実現するための成膜技術であり、フジクラで開発された。この IBAD 基板を用いた Y 系高温超伝導線材は高い電流輸送特性と長尺成膜を同時に実現し、再現性にも優れているため、最もよく研究が進められている方法の一つである。この方法により作製された配向中間層は、結晶が傾くことがなく非常に高い配向組織が得られ、さらに結晶粒が非常に細くなるという長尺化に適した特性を示すが、製造速度に大きな問題を抱えており、高配向を得るためには比較的長時間の成膜が必要となる。この課題に対して革新的な技術開発があった。比較的配向性が悪い、つまり高速で成膜した薄い IBAD 中間層であっても、その上に PLD 法で高速に CeO_2 層を成膜することにより、短時間で高配向中間層が作製できる手法が SRL で発見され、自己配向現象と呼ばれる。

3.2.3 PLD 法による超伝導層の成膜

PLD(Pulsed Laser Deposition) 法は真空チャンバー内のターゲットにパルスレーザーを断続的に照射し、その表面を急激に加熱し光化学反応を起こ

させることで成分を爆発的に気化させ、飛散した分子をターゲットと対向して配置した基板の上に堆積させることによって薄膜を得る手法である。超伝導体ではターゲットに超伝導体の塊を用い、基板に配向性を導入したものをを用いることでその上に二軸配向した超伝導層を成膜できる。

3.3 実験結果への適用

図 3.2 に 1T、20-60K の下での E - J 特性について、従来の方で求めた結果と今回の計算で求めた結果を比較する。図 3.2 を見ると、今回の計算で求めた特性の方が一桁ほど低い電界 E の値を示している。

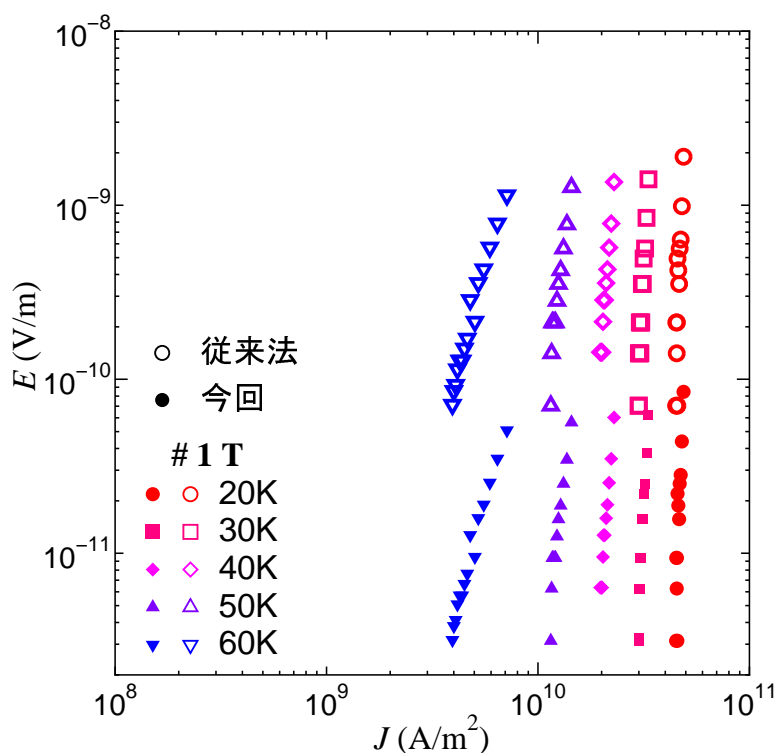


図 3.2 従来の方で求めた 1T の垂直磁界中、20-60K での YBCO 超伝導薄膜の E - J 特性と今回の方法で求めた結果

また、電界基準 $E = 1.0 \times 10^{-10}$ V/m を用いて決定した J_c の値を比較する。図 3.3 を見ると、今回求めた結果の方が高い値を示しており、とくに温度が高くなるとその差が大きくなっていることがわかる。

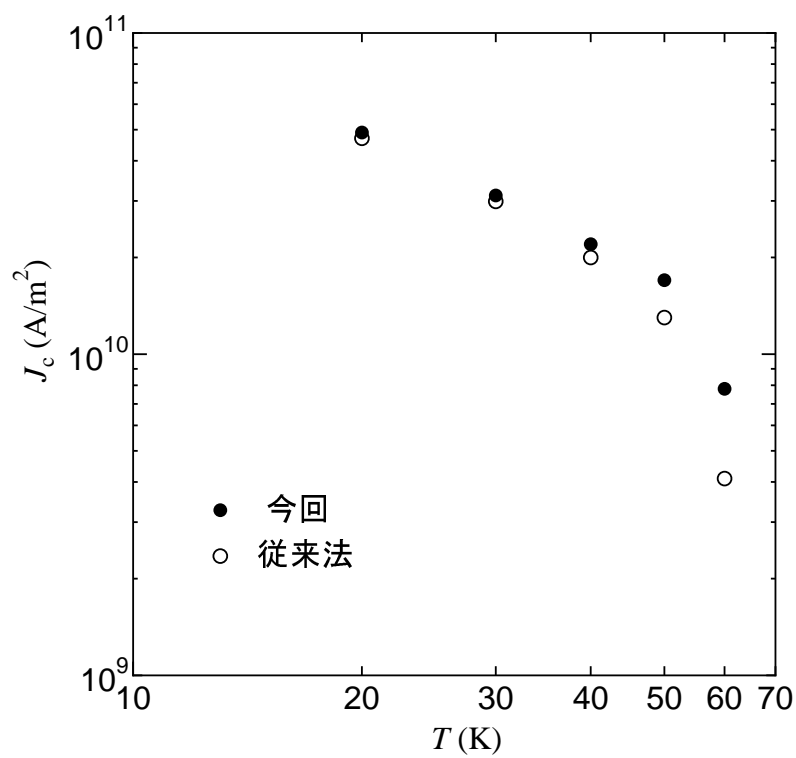


図 3.3 電界基準 $E = 1.0 \times 10^{-10}$ V/m を用いて決定した 1T における J_c の比較。

次に、Bi-2223 線材の磁化緩和測定の実験データに計算結果を適用する。この試料の超伝導フィラメントの厚さは $d = 64.3 \times 10^{-6}$ m で、フィラメントの幅は $w = 4.44 \times 10^{-3}$ m であり、1T、20K で測定された測定データを使う。YBCO-coated 線材に比べ超伝導体の厚さが大きいので、従来の方と今回の計算で求めた E - J 特性の差が、YBCO-coated 線材のときに比べ小さくなることが予想される。図 3.4 で、従来の方で求めた E - J 特性と (2.20) 式と (2.21) 式を用いて求めた E - J 特性を比較する。二つの電界 E は 5.0×10^{-1} ほどの差があった。また、電界基準 $E = 1.0 \times 10^{-10}$ V/m を用いて J_c を決定すると、YBCO 超伝導薄膜と同じく今回の方法で求めた J_c の方が高い値を示している。

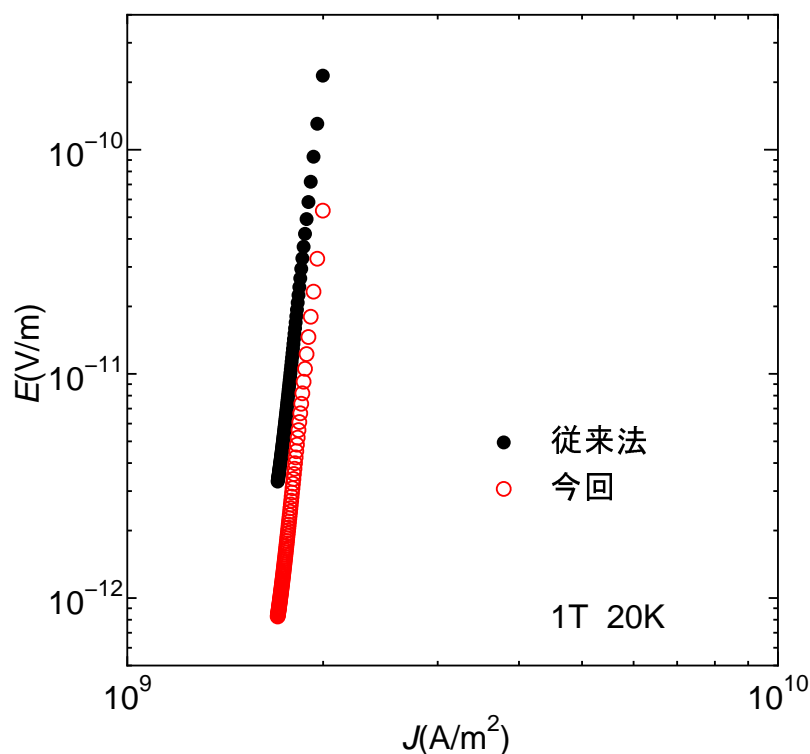


図 3.4 (2.3) 式と (2.4) 式を用いて評価した 1T の垂直磁界中での Bi-2223 線材の E - J 特性

図 3.4 を見ると、YBCO 超伝導薄膜に比べ、従来の方で求めた E - J 特性と今回の計算で求めた E - J 特性の差が小さくなっていることがわかる。これは先ほど予想したとおりの結果になっており、YBCO-coated 超伝導薄膜に比べ超伝導体の厚さ d が大きく、自己インダクタンスがあまり過大評価されなかったためだと考えられる。

従来の方で大きく過大評価した理由は、電流の分布の違いによるも

のだと考えられる。コイルに近似してしまうと電流が外側に集中してしまい、磁束が打ち消しあわない。しかし、実際には電流は超伝導体を一様に流れているので、内部のかなりの磁束が打ち消しあってしまう。さらに、本質的にはコイルの線径 d が限りなく小さくなると、従来の方法では自己インダクタンス L が無限に大きくなるという問題点が生じる。これは自己インダクタンスを求める式において、分母に d があるからである。これにより、従来の自己インダクタンス L が過大評価されてしまっていたと考えられる。

第 4 章 結論

超伝導体の形状の影響から電界 E を求めるのは容易ではなく、これまでは超伝導薄膜面に垂直に磁界を加えた場合の電界 E を求めるのに、細い線で作製した 1 ターンコイルの自己インダクタンス L を用いて近似的に求めていた。本研究では、ビオ・サバルの法則より試料自体の自己インダクタンス L を求め、電界 E を求めた。さらに、従来の方法で評価した E - J 特性と、今回の計算結果から求めた E - J 特性を、実際に測定された YBCO-coated 線材の磁化緩和の測定データを用いて求め、比較検討を行った。

- 2 章で求めた (2.20) 式と、(2.14) 式に具体的な半径 a と厚さ d の値を代入すると得られた二つの結果は大きく異なっていて、(2.14) 式から求まる L が厚さ d が小さくなると過大評価されていた。
- (2.14) 式から求まる L が過大評価された原因は、円環状コイルに近似したためと考えられる。円環状コイルでは、電流が外側に集中して磁束が打ち消しあわない。しかし、現実には電流は超伝導体内部を一様に流れているため、内側の磁束は打ち消しあう。したがって、円環状コイルで近似してしまうと、磁束 Φ が大きくなってしまい、自己インダクタンス L も過大評価されていた。
- 図 3.2 と図?? を比較すると、従来の自己インダクタンス L の方が電界 E の値が 10^{-1} ほど大きかった。具体的な半径 a と厚さ d の場合、(2.20) 式から求められる自己インダクタンス L' と (2.14) 式から求められる自己インダクタンス L を比較すると、こちらも 10^{-1} ほど L' の方が大きかったので、妥当な結果だといえる。
- 二つの E - J 特性を見ると電界 E の値に差はあるものの、 n 値を表す電界 E の傾きは変わらないことがわかった。

4.1 今後の課題

今回の研究ではビオ・サバールの法則を用いて磁束を求めたが、ベクトルポテンシャル A から簡単に磁束を求めることができる。これより、今後ベクトルポテンシャルから磁束を求め、ビオ・サバールの法則から求めた結果と一致することを確認することを今後の課題とする。

付録 A ビオ・サバールの法則

電流による磁束密度を記述する法則がビオ・サバールの法則である。図 A.1 のように線路 C を流れる電流 I の微小部分 (線素 $d\mathbf{s}$ 、電流要素 $I d\mathbf{s}$) が周りの点 Q につくる磁束密度は

$$\begin{aligned} d\mathbf{B} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{i}_r}{r^2} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\mathbf{s} \times \mathbf{r}}{r^3} \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

で与えられる。ここで \mathbf{r} は $I d\mathbf{s}$ から点 Q への位置ベクトルであり、 $|\mathbf{r}| = r$ かつ $\mathbf{i}_r = \mathbf{r}/r$ である。なお、磁束密度の単位は [T](テスラ: tesla) である。 $I d\mathbf{s}$ と \mathbf{r} のなす角を θ 、 $|d\mathbf{s}| = ds$ とすると、磁束密度の大きさは

$$dB = \frac{\mu_0 I ds}{4\pi r^2} \sin \theta \quad (\text{A.2})$$

であり、その方向は $I d\mathbf{s}$ から \mathbf{r} の方向に右ねじに回したときのねじの進む方向である。

したがって、回路 C を流れる電流 I が位置 \mathbf{r} にある点 Q につくる磁束密度は、すべての電流要素からの寄与をまとめて

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_C \frac{I d\mathbf{r}' \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} \quad (\text{A.3})$$

となる。電流がいくつかある場合、同様に磁束密度について重ね合せが成り立つ。

さらに電流が線状ではなく、広がりをもって流れる場合を考える。広がりのある空間 V に密度 \mathbf{i} で電流が流れるとき、電流に沿った長さ ds 、断面積 dS の部分の電流要素は $\mathbf{i} dS ds = \mathbf{i} dV$ となる。ここで、 dV は微小部分の体積である。これから、この場合の磁束密度は

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_V \frac{\mathbf{i}(\mathbf{r}') \times (\mathbf{r} - \mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} dV' \quad (\text{A.4})$$

で与えられる。ただし、積分は \mathbf{r}' に関する体積分である。

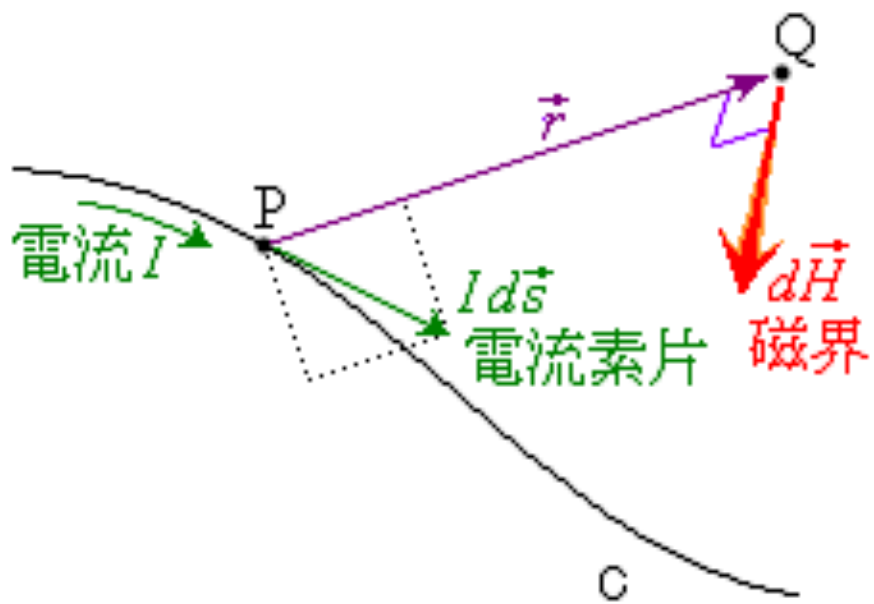


図 A.1 線路 C を流れる電流 I の微小部分と観測点 P

付録 B アンペールの法則

閉曲線 C に沿った \mathbf{B} の線積分 $\oint_C \mathbf{B} ds$ を考える。直流電流 I が流れているとし、 C は直流電流を軸とする半径 R の円周とすると C 上では B は da (図 B.1)、かつ磁束密度 B の値は一定 $[\mu_0 I / (2\pi R)]$ である。したがって、

$$\begin{aligned}\oint_C \mathbf{B} ds &= \frac{\mu_0 I}{2\pi R} \oint_C ds \\ &= \mu_0 I\end{aligned}\tag{B.1}$$

となり、この線積分値は円周の半径 R によらない。

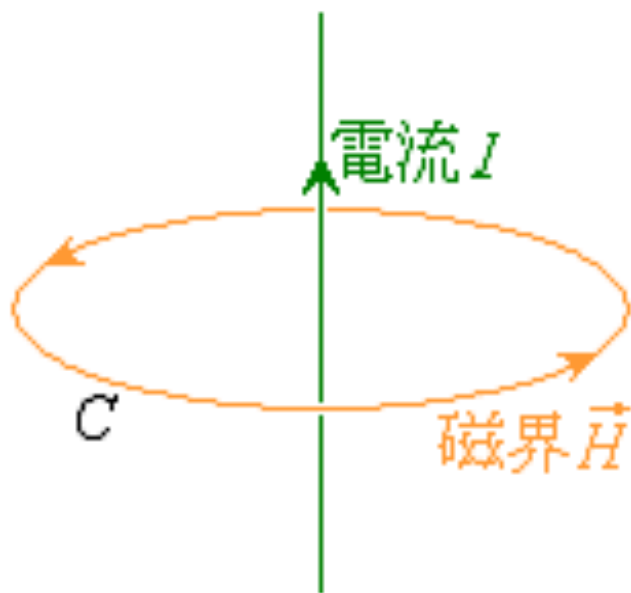


図 B.1 直線電流を軸とする円 C

付録 C Neumann の公式

Neumann の公式⁵⁾とは、任意形状の回路に対して、自己・相互インダクタンスを計算する公式である。回路 C_1 、 C_2 の線要素 $d\mathbf{s}_1$ 、 $d\mathbf{s}_2$ 間の距離を r 、両要素の方向の間の角を θ とすると、両回路の相互インダクタンス M_{12} は次のようになる。

$$\begin{aligned} M_{12} &= \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\mathbf{s}_1 \cdot d\mathbf{s}_2}{r} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\cos \theta ds_1 ds_2}{r} \end{aligned} \quad (\text{C.1})$$

同様にして回路 C_1 自己インダクタンスは次の形になるはずである。

$$\begin{aligned} L_1 &= \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{d\mathbf{s}d\mathbf{s}'}{r} \\ &= \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \oint_{C_2} \frac{\cos \theta ds_1 ds_2}{r} \end{aligned} \quad (\text{C.2})$$

ここで図 C.1について相互インダクタンス M を求める。 ds_1 、 ds_2 、 θ 、 r は

$$ds_1 = ad\theta_1 \quad (\text{C.3})$$

$$ds_2 = bd\theta_2 \quad (\text{C.4})$$

$$\theta = \theta_1 - \theta_2 \quad (\text{C.5})$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 + d^2 - 2ab \cos(\theta_1 - \theta_2)} \quad (\text{C.6})$$

とすると、式 (C.1) より相互インダクタンス M は

$$M = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{ab \cos(\theta_1 - \theta_2)}{\sqrt{a^2 + b^2 + d^2 - 2ab \cos(\theta_1 - \theta_2)}} d\theta_1 d\theta_2 \quad (\text{C.7})$$

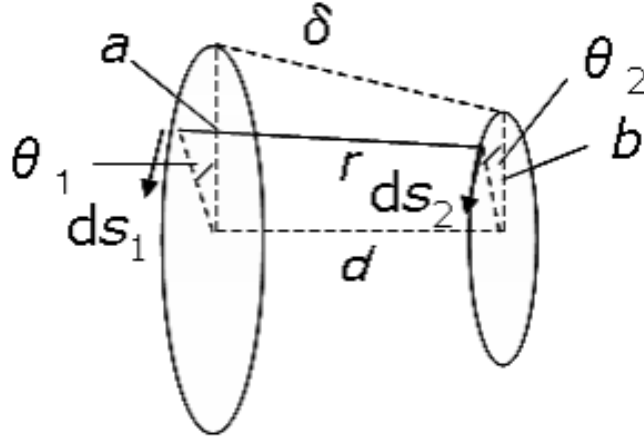


図 C.1 半径 a 、 b の二つの円形コイルを中心距離 d をへだてて同軸的に正対させた図

となる。ここで θ_1 での積分で、 $\theta_1 - \theta_2 = \pi - 2\psi$ とおくと

$$d\theta_1 = -2d\psi \quad (\text{C.8})$$

$$\cos(\theta_1 - \theta_2) = 2\sin^2\psi - 1 \quad (\text{C.9})$$

となり、相互インダクタンスは

$$\begin{aligned} M &= \frac{\mu_0 k \sqrt{ab}}{2\pi} \int_0^{2\pi} d\theta_2 \int_0^{\pi/2} \frac{2\sin^2\psi - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi}} \\ &= \mu_0 k \sqrt{ab} \int_0^{\pi/2} \frac{2\sin^2\psi - 1}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi}} \\ &= \mu_0 \sqrt{ab} \int_0^{\pi/2} \left(\frac{2/k - k}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi}} - \frac{2}{k} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi} \right) \\ &= \mu_0 \sqrt{ab} \left[\left(\frac{2}{k} - k \right) K(k) - \frac{2}{k} E(k) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.10})$$

ただし、 $K(k)$ と $E(k)$ は

$$K(k) = \int_0^{\pi/2} \frac{d\psi}{\sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi}} \quad (\text{C.11})$$

$$E(k) = \int_0^{\pi/2} \sqrt{1 - k^2 \sin^2\psi} d\psi \quad (\text{C.12})$$

となり、それぞれ第1種楕円関数と第2種楕円関数である。

参考文献

- 1) 松下照男著：磁束ピンニングと電磁現象 (産業図書) p.133
- 2) 大和秀好: 超伝導体のピンニング特性に及ぼす次元性の影響に関する研究 [九州工業大学修士論文 平成10年] p.9
- 3) Fukumoto *et al.*: *Physica C* **412–414** (2004) 1036–1040
- 4) 松谷文也：YBCO コート線材における永久電流の緩和特性の超伝導膜厚依存性
- 5) 後藤憲一 山崎修一郎：詳解 電磁気学演習