

第三高調波電圧誘導法による超伝導薄膜の  
特性評価に関する研究

福元 陽介

平成 17 年 2 月 14 日

# 目次

第 1 章	序章	1
1.1	はじめに	1
1.2	YBCO coated 線材	2
1.2.1	構造	2
1.2.2	IBAD-PLD 法	2
1.2.3	その他の二軸配向方法	4
1.2.4	その他の超伝導層の作成法	5
1.3	第三高調波電圧誘導法	6
1.4	磁束線の可逆運動	7
1.5	研究の目的	10
第 2 章	磁束線の可逆運動が第三高調波電圧誘導法に与える影響	11
2.1	第三高調波電圧誘導法の概要	11
2.2	第三高調波電圧を理論的に見積もる手順	12
2.3	臨界状態モデルを仮定した解析 (従来 of 仮定)	13
2.3.1	磁束分布	13
2.3.2	遮蔽電流	15
2.3.3	第三高調波電圧	17
2.4	磁束線の可逆運動を考慮した解析	19
2.4.1	簡単化した Campbell モデル	19
2.4.2	磁束分布	21
2.4.3	遮蔽電流	26
2.4.4	第三高調波電圧	28
2.5	解析結果	29
第 3 章	磁束線の可逆運動が与える影響の検証	32
3.1	実験	32
3.1.1	サンプル	32
3.1.2	コイルについて	33

---

3.1.3	第三高調波電圧の測定 . . . . .	34
3.2	実験結果 . . . . .	36
3.2.1	$V_3-I_0$ 特性 . . . . .	37
3.2.2	$E-J$ 特性 . . . . .	37
3.3	結果及び検討 . . . . .	38
3.3.1	コイルファクターの補正 . . . . .	38
3.3.2	過大評価の割合 . . . . .	41
第 4 章	第三高調波電圧のコイル位置依存性	43
4.1	実験 . . . . .	44
4.1.1	横位置依存性 . . . . .	44
4.1.2	コイル-サンプル間距離依存性 . . . . .	45
4.2	実験結果、及び検討 . . . . .	45
4.2.1	横位置依存性 . . . . .	45
4.2.2	コイル-サンプル間距離依存性 . . . . .	46
第 5 章	結論	49
参考文献		52

# 表目次

3.1	使用したサンプルの諸元 . . . . .	32
3.2	コイルの諸元 . . . . .	33
3.3	四端子法の結果に一致するように決定したコイル定数 . . . . .	40
4.1	コイルの諸元 . . . . .	44
4.2	各距離ごとのコイル定数 . . . . .	47

# 目次

1.1	一般的な YBCO coated 線材の構造の例 . . . . .	3
1.2	IBAD 法の概略図 . . . . .	3
1.3	蒸着時間と配向性の関係 ( <i>T. Muroga et al./Physica C 412-414 (2004 807-812)</i> ) . . . . .	4
1.4	第三高調波電圧誘導法を用いた長尺の超伝導線材の測定の概略図 . . . . .	7
1.5	第三高調波電圧誘導法による $E$ - $J$ 特性の過大評価の様子 (77.3 K、1 T) . . . . .	8
1.6	Campbell モデルによる磁束線の変位復元力特性 . . . . .	9
1.7	. . . . .	9
2.1	第三高調波電圧誘導での測定部の概略図 . . . . .	12
2.2	第三高調波電圧の発生の様子 . . . . .	12
2.3	外部磁界を 0 から増加させていった時の内部の磁束分布の変化 . . . . .	14
2.4	$H_m \leq J_c d$ の場合の内部の磁束分布 . . . . .	15
2.5	$H_m \leq J_c d$ の場合の遮蔽電流の分布の例 . . . . .	15
2.6	$H_m > J_c d$ の場合の内部の磁束分布 . . . . .	16
2.7	$H_m > J_c d$ の場合の遮蔽電流の分布の例 . . . . .	16
2.8	$H_m > J_c d$ の場合外部磁界の変化に対する遮蔽電流分布の変化の例 . . . . .	16
2.9	不可逆な状態を仮定した時の $V_3$ - $H_m$ 特性 . . . . .	18
2.10	遮蔽電流が頭打ちになる瞬間の内部の磁束分布。鎖線 . . . 不可逆を仮定した分布 実線 . . . 可逆運動があるときの磁束分布 . . . . .	19
2.11	単純化した Campbell モデルによる変位復元力特性 . . . . .	20
2.12	単純化した Campbell モデルによる内部の磁束分布の例 . . . . .	20
2.13	初期状態の場合分け . . . . .	21
2.14	変位復元力 . . . . .	22
2.15	$H_m < J_c \lambda'_0$ の時の内部の磁束分布 . . . . .	22
2.16	$J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$ 時の変位復元力 . . . . .	23
2.17	$J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$ の時の磁束分布の変化 . . . . .	23
2.18	$H_m > J_c(d + \lambda'_0)$ の時の変位復元力 . . . . .	25
2.19	$H_m > J_c(d + \lambda'_0)$ の時の内部の磁束分布の変化 . . . . .	26

2.20	$J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$ の時の遮蔽電流 (鎖線は正弦波) . . . . .	27
2.21	$H_m \leq J_c(d + \lambda'_0)$ の時の遮蔽電流の様子 . . . . .	28
2.22	磁束線の可逆運動を考慮した第三高調波電圧の解析結果 (a) $\lambda'_0/d$ 依存性 (b) 十分高い磁界まで $H_m$ を変化させた時の解析結果 . . . . .	31
3.1	実験に使用したコイル。(a) 実際に使用した AC/PickUp コイルの写真 (b)(3.1) 式を図示 . . . . .	34
3.2	第三高調波電圧の測定回路 . . . . .	35
3.3	$V_3-I_0$ 特性 (a) 磁界依存性 (b) 周波数依存性 . . . . .	38
3.4	各サンプルの 77.3 K での $E-J$ 特性の比較 . . . . .	39
3.5	コイル定数を補正した $E-J$ 特性の比較 . . . . .	40
3.6	過大評価の割合の $\lambda'_0/d$ 依存性 . . . . .	41
4.1	横位置依存性の測定の概略図 . . . . .	45
4.2	コイル-サンプル間距離依存性の測定の概略図 . . . . .	45
4.3	第三高調波電圧の横位置依存性 . . . . .	46
4.4	コイル-サンプル間距離を変えながら測定した $V_3-I_0$ 特性 . . . . .	47
4.5	各距離ごとの $J_c$ 測定結果の比較 (1 T ~ 5 T) . . . . .	48

# 第 1 章

## 序章

### 1.1 はじめに

超伝導は 1911 年に Kamaerlingh-Onnes によって初めて水銀で発見された。超伝導とは温度の低下とともに電気抵抗が消失する現象のことで、これが超伝導体の大きな特徴であり、工学的に応用しようとする最も大きな要因である。この電気抵抗がゼロであるという現象は、超伝導体が完全反磁性であることに由来する。すなわち、磁束の存在そのものを受け入れないということで、これをマイスナー効果という。このマイスナー効果は完全反磁性の限界である臨界磁界  $H_c$  まで持続し  $H_c$  で完全反磁性が破れるとともに常伝導へ戻る。ただし、本研究で用いた YBCO を含む第二種超伝導体と呼ばれる種類の物質では、完全反磁性が破れた後も磁界と超伝導が共存した混合状態と呼ばれる状態になり、高い磁界まで超伝導状態が持続する。1986 年 Bednorz と Müller により金属系超伝導体より高い臨界温度を持つ La 系銅酸化物超伝導体が発見され、これをきっかけにさらに液体窒素温度以上の臨界温度を持つ Y 系、Bi 系、Tl 系、Hg 系、など、多くの超伝導体が発見された。高温超伝導体には大きな期待が寄せられることとなった。これらの超伝導発生の基本機構はまだ分かっていないが、巨視的な電気的特性は金属系超伝導体と同様に熱力学的に記述されると見てよいと考えられている。

この、液体窒素温度で使用可能な高温超伝導体によって、超伝導を気軽に使えるようになり、様々な分野でその応用が検討されている。その一例を次に示すが、分野は電力、医療用などから、輸送、情報通信等まで多岐にわたる。

- 輸送・・・超伝導モーター推進船、リニアモーターカー (マグレブ)、超伝導搬送装置
- 医療・・・磁気シールド、核磁気共鳴装置 (NMR)、脳磁図測定装置 (MEG)、磁気共鳴イメージング装置 (MRI)、心電図測定装置 (MCG)
- 情報通信・・・超伝導コンピュータ、AD 変換器、超伝導量子干渉素子 (SQUID)、ルーター、移動体通信
- 電力・エネルギー・・・超伝導ケーブル、超伝導限流器、超伝導発電機、超伝導電力貯蔵装置、核融合装置

- 高エネルギー物理・・・宇宙線測定装置、高磁場マグネット、シンクロトロン放射光発生装置、大型加速器、粒子検出器
- 一般産業・・・半導体引き上げ装置、超伝導電磁冶金装置、超伝導磁気分離装置、超伝導電動機、超伝導ベアリング

現在、液体窒素温度以上の臨界温度を持つ高温超伝導体のうち現実的な超伝導体として考えられているものは主に Y 系と Bi 系の 2 種類がある。このうち Bi 系の超伝導体は実際に km オーダーの線材が作られ、それを使用した超伝導マグネットなども製作されている。これは、Bi 系の超伝導体が圧延などの既存の技術で容易に線材化できるからである。一方 Y 系の超伝導体は高い臨界電流密度 ( $J_c$ ) を持つ一方 Bi 系で用いたような技術では実用的な線材を作ることが出来ず、その製作には特殊な製法が必要となる。このため、長尺化が困難で製作にも非常に高いコストがかかるなどの問題があった。しかし、近年技術の進歩によって長尺かつ、高特性の長尺の線材を作ることが可能になってきた。厚膜化など課題も残されているが、今後のさらなる進展が期待される。

## 1.2 YBCO coated 線材

本研究で用いた YBCO coated 線材は、先にも述べたように非常に高い特性を持つことから近年特に盛んに研究されており、性能向上も著しい線材である。例えば、100 m 級の線材の場合、臨界電流  $I_c$  は 2003 年 10 月の段階ではトップデータで 38 A だったが、2004 年 7 月で 70 A、10 月には 126 A と、大幅に性能が向上している。ここでは、この YBCO coated 線材について説明する。

### 1.2.1 構造

良好な特性を得るためには、できるだけ結晶の向きをそろえれば良いことが経験的に知られている。結晶構造が二次元的な Bi 系の超伝導体では圧延などの機械的な応力によって容易に配向することができるため、容易に長尺化することが出来る。

一方、結晶構造が三次元的な Y 系超伝導体では機械的な応力ではほとんど配向しない。そこで Y 系の線材では図 1.1 のような構造をとり、配向した超伝導層を得るために中間層や基板を 2 軸配向させ、その上に PLD 法、CVD 法などの方法で超伝導層を形成している。こうすることで、結晶配向性のよい超伝導層を得ることが出来る。また、近年中間層を急激に配向させる手法が発見され(後述)、線材の製造速度を大幅に向上させることが可能となった。 $J_c$  も従来の膜の 2~3 倍の高い値を容易に実現可能で、4.4 MA/cm<sup>2</sup> という非常に高い値も得られている。

### 1.2.2 IBAD-PLD 法

Y 系の超伝導線材では超伝導層と基板の間にある中間層を配向させその上に超伝導層を成膜している。中間層は元々、基板中の成分が超伝導体中に拡散するのを防ぐために使われていたものであるが、Y 系の超伝導線材ではこの中間層や基板を配向させることでよく配向した超伝導層を実現し



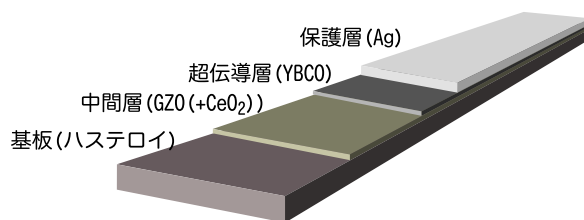


図 1.1 一般的な YBCO coated 線材の構造の例

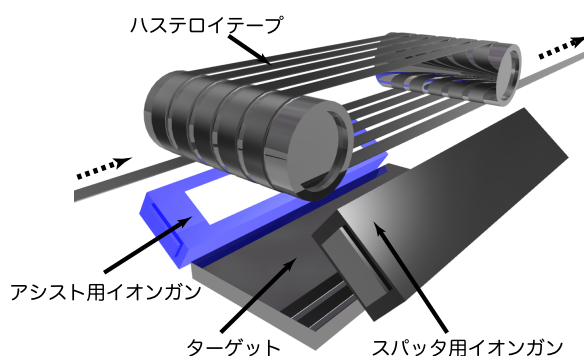


図 1.2 IBAD 法の概略図

ている。Y 系線材の製法としては、中間層や基板の配向法と超伝導層の成膜法の組み合わせでいくつか考えられるが、ここでは現在主流となっている手法の一つである IBAD-PLD 法について説明する。IBAD-PLD 法では中間層の成膜に IBAD 法を、超伝導層の成膜には PLD 法を用いている。実用化には高特性の線材を高速で作る必要があり、中間層および中間層の成膜の両面から高速化のためのアプローチが試みられている。

### IBAD 法

IBAD(Ion Beam Assisted Deposition) 法は基板上の中間層を成膜する際に、テープ基板に対して特定の方向よりイオンビームを照射することで、中間層の結晶を単結晶のように全面にわたって配向させる手法である。図 1.2 にその概略図を示す。IBAD 法開発当初は、製造速度が遅いうえに設備メンテナンスに手間がかかるなど、長尺線材化は疑問視されることが多かった。しかし、近年 IBAD 基板上に  $\text{CeO}_2$  のキャップ層を蒸着することで劇的に配向性と配向速度を高められることが発見された [1]。図 1.3 は蒸着時間と配向性の関係を示したものであるが、従来  $10^\circ$  の配向性を得るためには 240 分程度必要だった時間が 73 分へ大幅に短縮されている。とくに、PLD- $\text{CeO}_2$  層の急激な配向 (1 分で  $10^\circ$ 、6 分で  $5.6^\circ$ ) には目を見張る。また、さらに配向した ( $10^\circ \sim 13^\circ$ ) IBAD-GZO 上に蒸着することで最終的に  $2.4^\circ$  で単結晶レベルと、到達配向度を向上させる効果も確認されている。

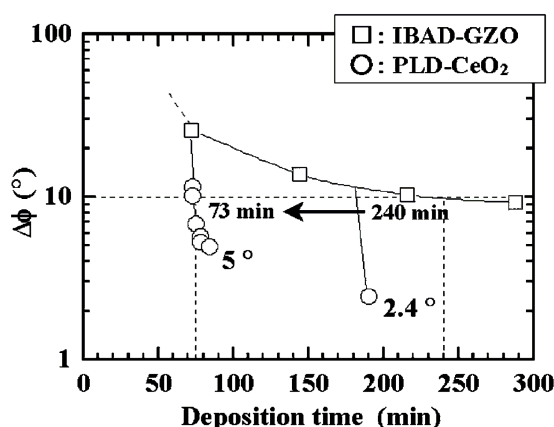


図 1.3 蒸着時間と配向性の関係 (*T. Muroga et al./Physica C 412-414 (2004) 807-812*)

## PLD 法

PLD(Pulsed Laser Deposition:レーザー蒸着法)法はターゲットにパルスレーザーを断続的に照射し、その表面を急激に加熱し光化学反応を起こさせることで成分を爆発的に気化させ、飛散した分子をターゲットと対向して配置した基板の上に堆積させることによって薄膜を得る手法である。ターゲットとして超伝導体の塊を用い、基板に配向性を導入したものをを用いることでその上に二軸配向した超伝導層を成膜できる。一般に PLD 法による YBCO 膜の成膜は成膜のスピードを向上させることが難しいとされてきたが、マルチブルーム<sup>\*1</sup>、マルチターン法<sup>\*2</sup>などの開発で高速かつ高特製の成膜が可能になった。

### 1.2.3 その他の二軸配向方法

二軸配向性を得る手法としては IBAD 法の他に ISD 法、基板そのものを配向させる RABiTS 法、SOE 法などがある。

## ISD 法

ISD(Inclined Substrate Deposition)法は、物理蒸着法において、中間層を成膜する際に基板を傾けることで結晶を配向させる手法である。配向が容易に行えるため長尺化がしやすくまた作製速度も高速であるという特徴を持つ。しかし、その製法に由来した基板法線に対する結晶配向方向のずれ、やや大きい面内配向性などの問題もある。このため、結晶配向性は高いとは言えず、 $J_c$ も

\*1 ターゲットにレーザーを照射したさいに、サンプルの分子がターゲット表面と垂直方向に柱状に飛散する。これをブルーム(plume)という。マルチブルーム法ではこのブルームを線材の長手方向に複数発生させることで速度を向上させている。

\*2 従来は reel to reel で通過する単一の基板に蒸着を行っていたが、マルチターン法では基板を複数回巻き回して一度に複数ターンの PLD 成膜が可能になった

IBAD 法によるものより低い値となっている。しかし、RISD(Reverse ISD) 法などこれらの問題点を低減する技術も開発されており、今後の特性の向上が期待される。

#### RABiTS 法

RABiTS(Rolling Assisted Biaxially Textured Substrate) 法は、圧延と熱処理によって冶金的に二軸配向した純 Ni テープを製作し、その上に中間層と YBCO 膜を成膜する手法である。IBAD 法と比較して個々のプロセスが簡単なため IBAD 法より低コストで済むにもかかわらず、短尺の試料では IBAD 法に匹敵する  $J_c$  特性が得られる。従来、長尺の試料での特性は IBAD 法より劣るといわれていたが、近年では MOD 法との組み合わせで長尺でも IBAD-PLD 法に匹敵する特性 (30 m 長で  $I_c$ 170 A 2004/7 現在) のものも作られている。IBAD 法と並び期待されている製法である。

#### SOE 法

SOE(Surface-Oxidation Epitaxy:表面酸化エピタキシー) 法は、二軸配向した Ni テープ基板を表面酸化することでテープ面に二軸配向した NiO を形成し、その上に YBCO などの超伝導層を成膜する手法である。Ni テープの二軸配向は圧延と熱処理で行うことができ、また二軸配向した中間層も金属表面の酸化で実現できるため基板の長尺化、低コスト化に有効である。また、臨界電流密度も短尺ながら  $1 \text{ MA/cm}^2$  を超えるものができている。

### 1.2.4 その他の超伝導層の作成法

先に述べた PLD 法は非常に一般的な製法であるが、その他にもいくつか代表的な製法がある。特に TFA-MOD 法や MO-CVD 法は PLD 法と並んで高い特性が得られることから注目されており、今後も期待される製法である。

#### TFA-MOD 法

TFA-MOD(trifluoroacetate-metal organic deposition) 法は Y, Ba, Cu のトリフルオロ酢酸塩原料液を基板上に塗布して、水蒸気雰囲気中、700-800 程度で熱処理して、超伝導膜を得る手法である。これまで、Y 系超伝導線材を作製するには PLD 法などが用いられてきたが、この TFA-MOD 法の場合真空装置がいらず、またプロセスも原料液を塗って焼くだけであるために非常に低コストである。もともと、膜を厚くすることが困難であったため高い  $I_c$  を得ることが出来なかった。しかし近年、電流特性を下げることなく数回の膜塗布を繰り返すことが可能となり、413 A という高い  $I_c$  も得られている。Y 系超伝導テープ線材は高温高磁界でも特性が優れているが、一方で特性を落とすことなく厚膜化することが困難とされている。このため、高い  $J_c$  に対して  $I_c$  があまり高くできないという欠点がある。TFA-MOD 法での繰り返し塗布はこういった欠点を補う可能性を持っており、注目すべき製法であるといえる。

## MO-CVD 法

MO-CVD(Metal Organic Chemical Vapor deposition:有機金属気相成長法)法は気体原料から化学反応を経て、薄膜など合成する手法である。超伝導以外にもさまざまな用途で利用されている。IBAD 中間層上の超伝導層の形成技術として PLD 法、TFA-MOD 法と並んで注目されている。大面積への薄膜形成が可能で、また装置もシンプルであるため長尺化に有利な手法である。特性も短尺では  $2 \text{ MA/cm}^2$ 、62 m の長尺線材でも 100 A の高い  $I_c$  が得られている。

## LPE 法

LPE(Liquid Phase Epitaxy:液層エピタキシャル成長)法は溶液または融液から基板上に結晶を成長させる手法である。SOE 法で作製した基板上 (NiO/Ni) に PLD 法で YBCO の種膜を作製しその上に LPE 法で超伝導層を成膜している。特徴としては比較的成膜速度が速いこと、超伝導層の厚膜かが容易なことが上げられる。LPE 法に用いる溶液は反応性が高いため、NiO 上で高い臨界電流密度を実現するには NiO 上に薄い MgO 層や CeO<sub>2</sub> 層等をコートしておく必要がある。非真空系プロセスのため低コスト化にも有効だと思われる。

## 1.3 第三高調波電圧誘導法

線材の応用に際しては、高特性かつ長尺の線材を安価に作る必要がある。例えば、超伝導応用基盤技術研究開発基本計画では平成 19 年度に 500 m で  $I_c$  300 A(77 K, 0 T)、3 T の磁界中で  $I_c$  30 A の線材を高速かつ安価に作成することを目標としている [2]。線材全体の  $I_c$  はその中の最も特性の低い場所に制限されるため、長尺の高特性線材では線材全体で一様に高い特性が得られる必要がある。したがって、線材開発においては線材の長さ方向の  $J_c$  の分布を知ることが重要である。その測定法として注目されている方法の一つに第三高調波電圧誘導法がある。詳細は 2 章に譲るが、ここでも簡単に説明を行う。図 1.4 は第三高調波電圧誘導法で長尺の線材の測定を行う際の概略図である。第三高調波電圧誘導法では線材表面に微小コイル設置するだけでよく、また冷却も測定を行う部分だけでよい。そのため、容易に超伝導線材の局所的な  $J_c$  特性を評価することが可能である。一般に用いられる四端子法でも局所的な  $J_c$  の測定は可能ではあるが、線材全体に通電及び冷却の必要があり簡易的とはいえず、分解能も高いとはいえない。以上のような点から第三高調波電圧誘導法は特に製造過程で  $J_c$  分布を測定するオンライン測定法として注目されている。また、大面積の薄膜の  $J_c$  分布を測定する方法としても有力であると考えられる。

しかしながら、実際の応用に際していくつかの問題点や、考慮すべき点がある。まず、最も深刻な問題としては第三高調波電圧誘導法による  $E$ - $J$  特性に過大評価が見られることである。図 1.5 は四端子法、第三高調波電圧誘導法、SQUID による磁化緩和法による 77.3 K、1 T での電流-電圧特性 ( $E$ - $J$  特性) を比較したものである。第三高調波電圧誘導法による  $E$ - $J$  特性は数値計算によ

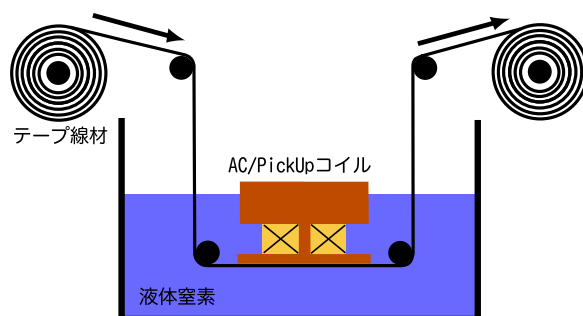


図 1.4 第三高調波電圧誘導法を用いた長尺の超伝導線材の測定の概略図

るコイル定数<sup>\*3</sup>を用いて得られた結果であるが、明らかな過大評価となっている。従来我々はこのズレをコイルの巻き乱れによる影響と考え、実験値に合うようにコイル定数を決定していた [3]。しかしながら、このような補正を行ってもコイル定数のズレでは説明できない過大評価が残った。このような第三高調波電圧誘導法による測定結果に見られる過大評価は磁束線の可逆運動によるもので、Campbell の交流磁界の侵入深さ  $\lambda_0'$  がサンプルの厚さと同程度になったあたりから影響がはじめる。さらに磁界の増加し  $\lambda_0'$  が大きくなると、過大評価の割合はさらに増加する。

もう一つの問題点としては、コイルの横位置やサンプルとの距離の問題が考えられる。これは、製法に由来したサンプルの反りや、測定時のたわみなどによるものである。反りやたわみをなくするには線材を両側から強く引っ張り、リールなどに押しつけることで解決するよう思われるかもしれないが、このように張力を掛けた場合サンプル自体の  $J_c$  に影響<sup>\*4</sup>を与える可能性がある。

限界を超えたズレは測定に大きな影響を与えることは容易に想像がつくが、その影響はこれまで実験的に調べられてこなかった。このような背景から、横位置やサンプルとの距離の変動を実験的に検証することは意義のあることだといえる。数値計算による検証に関しては既に行われている [4]、特に距離による影響は懸念される端の影響が出る以前に、感度の低下による問題が顕著になると予想され、特に実験的な検証が重要である。

## 1.4 磁束線の可逆運動

超伝導体内における多くの電磁現象は不可逆なもので、臨界状態モデルによってよく記述される。SQUID を用いた磁化緩和法の解析でも臨界状態モデルを仮定しており、その結果は四端子法など他の測定法とよく一致することが知られている。本論文で取り上げた第三高調波電圧誘導法による  $J_c$  の解析でも、臨界状態モデルを仮定した解析が行われていた。ただし、現象の不可逆性

\*3 超伝導体表面に印加される磁界の見積もりに使用する定数で、コイルのサイズや巻き数によって決定される。第三高調波電圧誘導法では必ず必要となる定数である。

\*4 YBCO coated 線材の場合引っ張ることで  $J_c$  は向上する。これは、製造過程の高温状態から常温に戻った際に、より収縮率の大きい基板によって、その上の超伝導層が理想的な状態からさらに縮められているからである。線材を引き延ばすことで、元来の理想的な状態に近づくため  $J_c$  は向上する。サンプルが反る原因もこの収縮率の違いである。

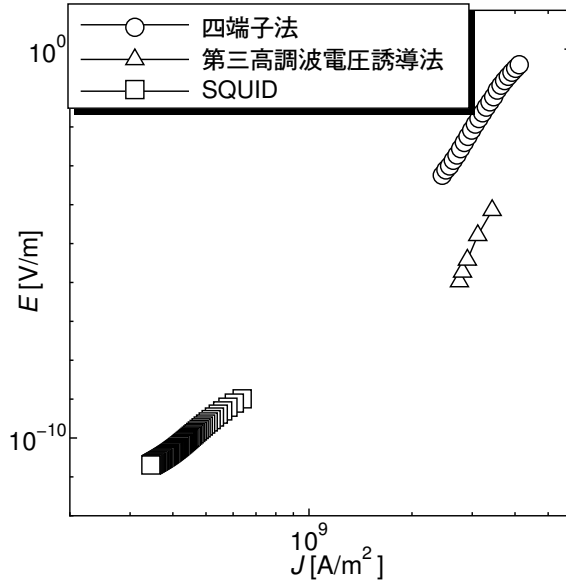


図 1.5 第三高調波電圧誘導法による  $E$ - $J$  特性の過大評価の様子 (77.3 K、1 T)

は磁束線がピン・ポテンシャルに落ち込む時、飛び出す時の不安定性に起因するものである。したがって、磁束線の動きがピン・ポテンシャル内の限られるような場合は現象は可逆となる。したがって、第三高調波電圧誘導法のように、微小なコイルを用いて交流磁界を印加し、その大きさが十分小さい場合には磁束線の運動はピン・ポテンシャル内のとどまるものと考えられる。実際、薄膜での第三高調波電圧誘導法による測定結果を、臨界状態モデルを仮定して解析した場合、磁束線の可逆運動によって  $J_c$  が過大評価される。詳細は文献 [5, p. 120]、文献 [6, p. 94] に詳しいのでここでは簡単に説明を行う。例えば、ピンポテンシャル内の平衡状態にある磁束線を考える。この磁束線を外部磁界を変化させるなどして平衡状態からずらした場合、その変位  $u$  に応じて

$$F = \alpha_L u \tag{1.1}$$

の力が働く ( $\alpha_L$  は Labusch パラメータ)。臨界状態モデルでは、変位の向きのみに応じて (つまり変位量にはよらず)  $\pm J_c B$  となる。一方、磁束線が変位すれば磁束密度も局所的に変化する。この関係は磁束の連続の式によって記述され、磁束密度の変化が Lorentz 力の変化をもたらす。結果的に、この Lorentz 力の変化と、(1.1) 式との釣り合いの式から、磁束密度の変化は

$$b(x) = b(0) \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \tag{1.2}$$

となる。ただし、超伝導体は  $x \geq 0$  を占めるとし  $b(0)$  は  $x = 0$  で  $b$  の値である。また

$$\lambda'_0 = \frac{B}{(\mu_0 \alpha_L)^{1/2}} \tag{1.3}$$

で、Campbell の交流磁界の侵入深さと呼ばれる。例えば 0 から外部磁界を増加した場合、臨界状態モデルでは表面から徐々に磁束分布の変化が及んでいくが、Campbell モデルによると、表面で

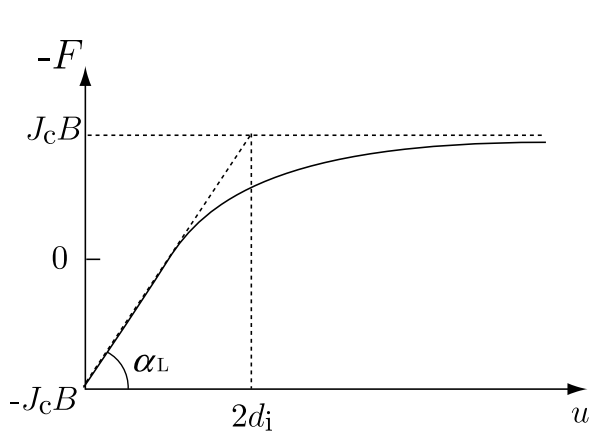


図 1.6 Campbell モデルによる磁束線の変位復元力特性

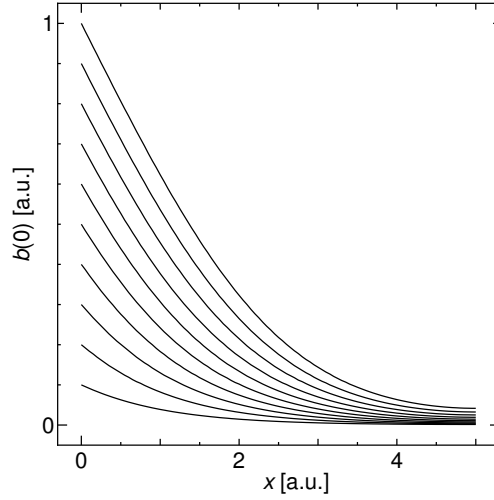


図 1.7

の磁界の変化量に寄らず  $\lambda_0'$  まで変化が及ぶ。

以上は、磁束線の変位に対して単純に変位に比例した復元力が働く場合を考えたが、実際には変位が大きくなるにつれてピン・ポテンシャルを外れる磁束線が出てくるため、可逆な状態がいつまでも続くわけではない。つまり、変位が大きくなるにつれて、磁束線は徐々に不可逆な状態に移行していくものと考えられる。

例えば、外部磁界を十分下げた直後、増磁する場合を考える。下げた直後は臨界状態と考えることができ、ピン・ポテンシャル内の磁束線も十分変位した状態にある。ここから増磁した場合、始めの変位  $u$  が小さい場合は状態は可逆であり、したがって変位復元力特性は線形に変化する。変位が大きくなるにつれて、徐々に線形から非線形へと移行し、最終的には不可逆な場合の復元力、 $-J_c B$  へと漸近していく。このような変位復元力特性は図 1.6 のように表すことができる。Campbell は図 1.6 の変位復元力特性を

$$F = -J_c B \left[ 1 - 2 \exp \left( -\frac{u}{2d_i} \right) \right] \quad (1.4)$$

とあらわした。ただし、 $d_i$  は相互作用距離と呼ばれる量で、

$$d_i = \frac{\mu_0 J_c \lambda_0'^2}{B} \quad (1.5)$$

である。(1.4) 式と前述の釣り合いの式から

$$\frac{d^2 b}{dx^2} - \frac{b}{\lambda_0'^2} \left( 1 + \frac{1}{2\mu_0 J_c} \cdot \frac{db}{dx} \right) = 0 \quad (1.6)$$

が得られ、この微分方程式を解くことで先ほどと同様に、内部の磁束密度の変化を求めることができる。しかし、この式は非線形の微分方程式であり数値的な解析が必要である [5, p. 124]。実際の数値計算の結果を図 1.7 に示す。

## 1.5 研究の目的

本研究では、第三高調波電圧誘導法の超伝導体薄膜の  $J_c$  測定への応用を目指し、以下の二点について実験及び考察を行った。

(1) 磁束線の可逆運動が第三高調波電圧誘導法による薄膜の  $J_c$  測定結果与える影響を理論的に考察する。また、厚さの異なる複数の試料で実際に  $J_c$  測定を行い、他の測定方法との比較から過大評価の傾向を評価し、理論結果との比較を行った。

(2) これまで、一部数値解析によって行われていた、第三高調波電圧誘導法における AC、およびピックアップコイルの位置や、サンプルとの距離が測定に与える影響を実験的に評価した。



## 第2章

# 磁束線の可逆運動が第三高調波電圧誘導法に与える影響

1章で示したように第三高調波電圧誘導法による  $J_c$  特性は、従来の臨界状態モデルを仮定した解析では過大評価される。そこで、まず第三高調波電圧誘導法の臨界状態モデルに基づいた第三高調波電圧の発生原理及び理論的な解析を行う。次に磁束線の可逆運動を考慮して第三高調波電圧を理論的に解析し、従来の解析法そのままでは過大評価につながることを示す。

### 2.1 第三高調波電圧誘導法の概要

第三高調波電圧誘導法では図 2.1 のようにサンプル直上に AC コイルとピックアップコイルを兼ねた微小コイルを設置して測定を行う。微小コイルに交流電流  $I_0 \cos \omega t$  を流すと、交流磁界  $H_m \cos \omega t$  が超伝導体表面に印加され、超伝導体には遮蔽電流が誘導される。この時コイルに遮蔽電流と流した交流電流による電圧が誘導される。通電する電流を徐々に増加させながらコイルに誘導される電圧の第三高調波成分の測定を行うと、通電電流がある値に達したところから第三高調波電圧が急激に発生する(図 2.2)。臨界状態モデルを仮定した場合、後述のように第三高調波電圧の発生と遮蔽電流が限界に達する瞬間が一致する<sup>\*1</sup> ため、この時の交流電流の大きさから  $J_c$  を見積もることが可能とされていた。つまり、第三高調波電圧誘導法は遮蔽電流が限界に達することで生じる誘導電圧の非線形な応答を第三高調波電圧の発生で検出し  $J_c$  を見積もる方法である。

しかしながら、繰り返し述べているように第三高調波電圧の発生を遮蔽電流の限界と見なし、そこから  $J_c$  を見積もる従来の方法では、薄膜試料においては磁束線の可逆運動の影響で過大評価となる。従って、以下では磁束線の可逆運動を考慮した第三高調波電圧特性を理論的に計算し、可逆運動を考慮しない場合との比較からその影響を理論的に見積もる。

---

<sup>\*1</sup> 厳密には遮蔽電流が限界に達する前の状態でも第三高調波電圧はわずかに発生する。これは、遮蔽電流が深さ方向にも分布しており完全な鏡像電流と見なせないためである。例えば厚みが大きいバルク超伝導体の場合は、遮蔽電流が限界に達する遙か前の状態から無視できない大きさの第三高調波電圧が発生している。[7, 8]

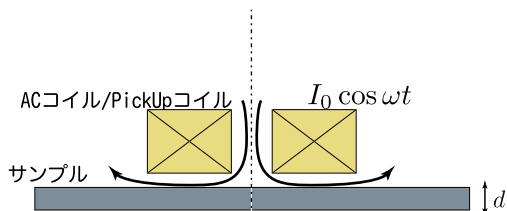


図 2.1 第三高調波電圧誘導での測定部の概略図

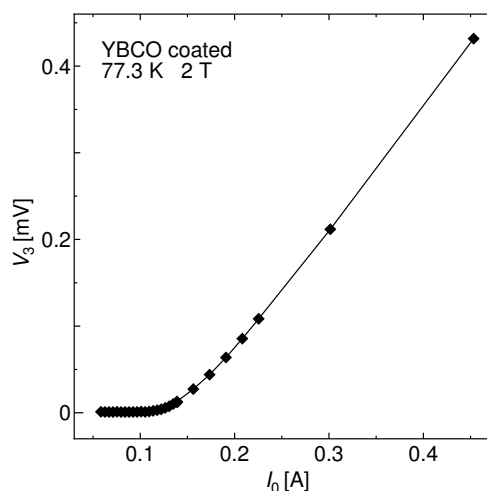


図 2.2 第三高調波電圧の発生の様子

## 2.2 第三高調波電圧を理論的に見積もる手順

ピックアップコイルには遮蔽電流と通電電流による磁束が鎖交するため、この両者による電圧が誘導される。第三高調波電圧の発生は遮蔽電流の非線形応答によるものなので、解析では遮蔽電流による影響だけを考えればよい。ここで、サンプル（超伝導層）の厚さは  $\mu\text{m}$  オーダーと  $\text{mm}$  オーダーのコイルに対して十分小さいため、遮蔽電流は表面だけに局在して流れていると見なすことができる。したがって、遮蔽電流  $I(t)$  による鎖交磁束は  $I(t)$  に比例し、ピックアップコイルに誘導される電圧  $V(t)$  は、ある定数  $G$  を用いて

$$V(t) = G \frac{dI(t)}{dt} \tag{2.1}$$

となり、この電圧  $V(t)$  の第三高調波成分  $V_3$  は

$$V_3 = (f_1^2 + f_2^2)^{1/2} \tag{2.2}$$

となる。ただし  $f_1$ 、 $f_2$  はそれぞれ

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(t) \cos 3\omega t \, d\omega t \tag{2.3}$$

$$f_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} V(t) \sin 3\omega t \, d\omega t \tag{2.4}$$

与えられる。従って、何らかの方法で (2.1) 式の  $I(t)$  を求めることで、第三高調波電圧を理論的に解析することができる\*2。この  $I(t)$  が可逆と不可逆のどちらを仮定するかで変わってくる部分であり、それぞれの場合で  $I(t)$  を求める必要がある。

\*2 具体的に  $V_3$  の定量的な解析を行いたい場合は、遮蔽電流の分布を考慮した上で、超伝導体を微少リングに分割し、各リングがコイルに誘導する電圧を計算し足し合わせる必要がある。これには数値的な解析が不可欠である。

解析を容易にするために、十分広い超伝導薄膜表面に平行な交流磁界を片側から一様に印加した場合を考える。ここで、外部磁界の印加方向に  $z$  軸を、超伝導体の厚さ方向に  $x$  軸を定義する。外部磁界は  $z$  軸に一様に印加されているので、内部の磁束分布  $B(x)$  の  $x$  方向への傾きから  $J_c$  が直接求まり、これを厚さ方向に積分することで  $I(t)$  が得られる。しかしながら、 $B(x)$  は内部で途切れず、連続なので結果的にはこのような積分はする必要はなく、

$$I(t) = \frac{B(0) - B(d)}{\mu_0} \quad (2.5)$$

のように、サンプル表面 ( $x = 0$ ) と反対側 ( $x = d$ ) の磁束密度の差から簡単に与えられる。従って以下の節では、まず、内部の磁束分布の変化をもとめ、そこから  $I(t)$  を解析し、(2.1) 式~(2.4) 式を用いて第三高調波電圧を求める。

## 2.3 臨界状態モデルを仮定した解析 (従来 of 仮定)

完全に不可逆な状態を仮定した時の第三高調波電圧を理論的に見積もる。この場合内部の磁束分布は臨界状態モデルによって記述される。臨界状態モデルを仮定した場合には遮蔽電流が限界に達する電流振幅と第三高調波電圧が誘導される電流振幅が一致し、ここから  $J_c$  が見積もれることもあわせて示す。

### 2.3.1 磁束分布

増磁の場合と減磁の場合の超伝導体内の磁束分布の変化は対称であることから、交流磁界を印加した際に外部磁界が最も大きくなった瞬間を初期状態と考え、そこから外部磁界を減少させていった時の内部の磁束分布の変化を半周期解析を行う。外部磁界を 0 から増加していった時の内部の磁束分布は図 2.3 のようになることから、初期状態は、外部磁界の振幅  $H_m$  が  $J_c d$  より大きい場合と、小さい場合で二通りに分けて考える必要がある。

#### (1) $H_m \leq J_c d$ の場合

初期状態は

$$\begin{aligned} B_{ini}(x) &= \mu_0(H_m - J_c x); & 0 \leq x < x_1 \\ &= 0; & x_1 \leq x < d \end{aligned} \quad (2.6)$$

となり、内部の磁束分布の変化の様子は図 2.4 のようになる。磁束密度は  $d = x_1$  までしか侵入しておらず、従って遮蔽電流は  $x_1 \leq x < d$  の領域には流れていない。このことは遮蔽電流に余裕があり、例えば初期状態から外部磁界が減少した場合、図 2.5 のように遮蔽電流の分布が変化することで外部磁界の変化に対して完全に追従できることを示している。これは、遮蔽電流が AC コイルを流れる交流電流の鏡像電流と見なせることに対応し (サンプルが十分薄いため)、したがってピックアップコイルの電圧応答は線形となり第三高調波電圧は誘導されないことは容易に想像できる。

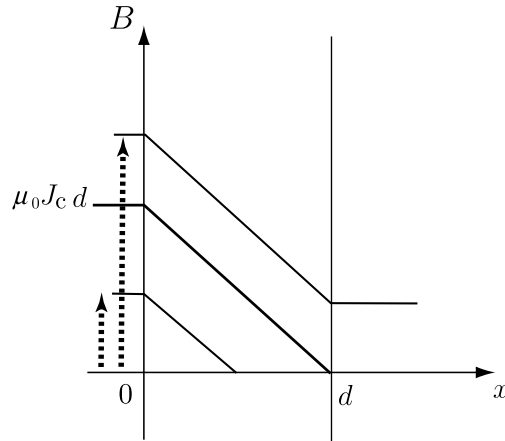


図 2.3 外部磁界を 0 から増加させていった時の内部の磁束分布の変化

しかし、ここでは統一的に議論を進めるために全ての場合について考える。この場合の磁束分布は

$$\begin{aligned}
 B(x) &= \mu_0 (H_m \cos \omega t + J_c x); & 0 \leq x < x_2 \\
 &= \mu_0 (H_m - J_c x); & x_2 \leq x < x_1 \\
 &= 0; & x_1 \leq x < d
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

となる。ここで、 $x_1$  は磁束密度が侵入する深さ、 $x_2$  は内部の磁束分布の折れ曲がり点でそれぞれ

$$x_1 = \frac{H_m}{J_c} \qquad x_2 = \frac{H_m}{2J_c} (1 - \cos \omega t) \tag{2.8}$$

となる。なお、図からも明らかのように  $x_2 \leq x_1$  は必ず成立する。

(2)  $H_m > J_c d$  の場合

初期状態は

$$B_{ini}(x) = \mu_0 (H_m - J_c x) \tag{2.9}$$

となり、磁束密度が試料の反対側まで達している。内部の磁束分布の変化の様子は図 2.6 のようになり、外部磁界が減少して初期状態からの変化  $-2J_c d$  に達するまでは  $H_m \leq J_c d$  の場合と同様に、遮蔽電流の分布が変化することで外部磁界の変化を遮蔽する。一方変化が  $-2J_c d$  に達すると、図 2.7 のように再び変化が  $x = d$  まで到達し、これ以上遮蔽電流が変化できなくなる。したがって、変化を遮蔽しきれない状態となることから、遮蔽電流は鏡像電流とは見なせなくなり、非線形な電流応答となる。この非線形応答がピックアップコイルに非線形な電圧応答として誘導され第三高調波電圧が発生する。磁束分布の変化は遮蔽電流が頭打ちになる前と後、具体的には外部磁界が  $H_m - 2J_c d$  に達する前と後でさらに 2 つの場合に分けることができる。この時の位相を  $\theta_1$  として、 $0 \leq \omega t < \theta_1$  の場合は

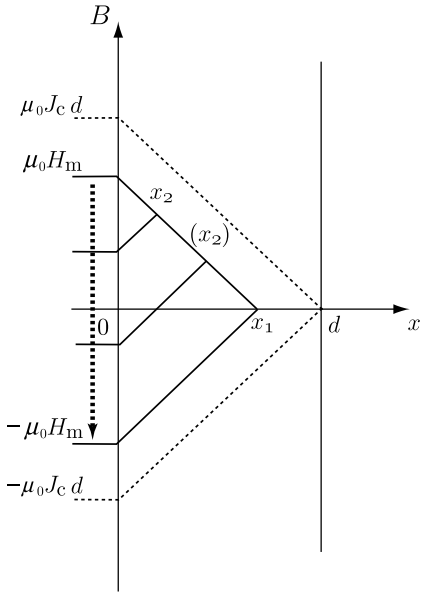


図 2.4  $H_m \leq J_c d$  の場合の内部の磁束分布

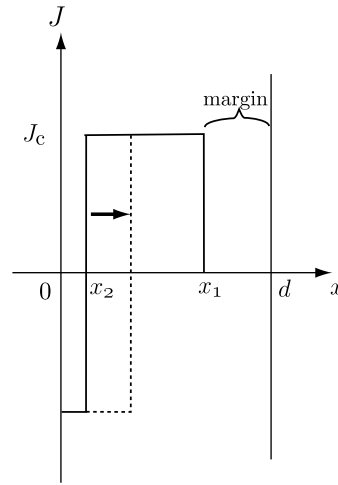


図 2.5  $H_m \leq J_c d$  の場合の遮蔽電流の分布の例

$$\begin{aligned}
 B(x) &= \mu_0 (H_m \cos \omega t + J_c x); & 0 \leq x < x_1 \\
 &= \mu_0 (H_m - J_c x); & x_1 \leq x < d
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

となり、 $\theta_1 \leq \omega t < \pi$  の場合は

$$B(x) = \mu_0 (H_m \cos \omega t + J_c x) \tag{2.11}$$

となる。この場合も、 $x_2$  は (2.8) 式で与えられる。 $\theta_1$  は  $H_m \cos \omega t = H_m - 2J_c d$  より

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2J_c d}{H_m} \right) \tag{2.12}$$

となる。

### 2.3.2 遮蔽電流

(2.7) 式、(2.10) 式、及び (2.11) 式で与えられる磁束分布から、それぞれの場合ごとに遮蔽電流が求まる。

(1)  $H_m \leq J_c d$  の場合

(2.5) 式、および (2.7) 式より遮蔽電流は

$$I(t) = H_m \cos \omega t \tag{2.13}$$

となる。したがって、遮蔽電流はコイルに流した交流電流  $I_0 \cos \omega t$  に比例した線形な応答となる。

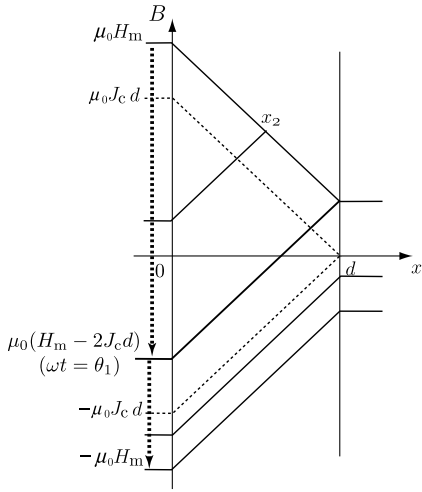


図 2.6  $H_m > J_c d$  の場合の内部の磁束分布

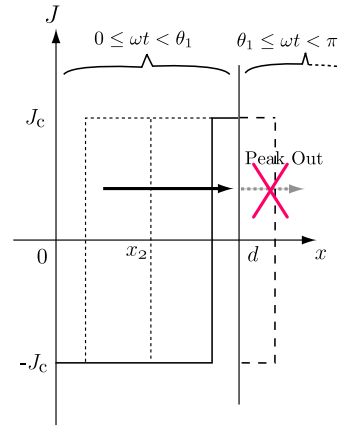


図 2.7  $H_m > J_c d$  の場合の遮蔽電流の分布の例

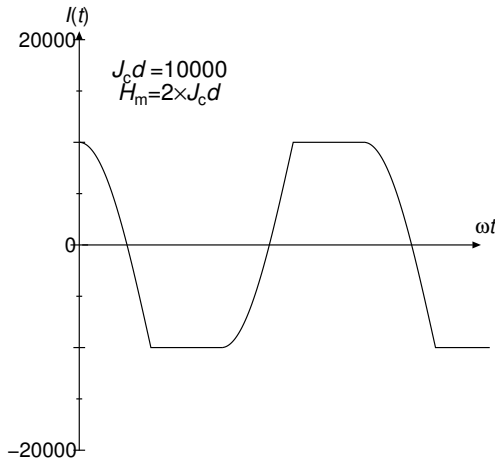


図 2.8  $H_m > J_c d$  の場合外部磁界の変化に対する遮蔽電流分布の変化の例

(2)  $H_m > J_c d$  の場合

$H_m \leq J_c d$  の場合と同様に、(2.10) 式、(2.11) 式を用いることで遮蔽電流は各位相ごとに、

$$\begin{aligned}
 I(t) &= J_c d - H_m(1 - \cos \omega t); & 0 \leq \omega t < \theta_1 \\
 &= -J_c d; & \theta_1 \leq \omega t < \pi
 \end{aligned}
 \tag{2.14}$$

となる。、振幅  $H_m$  が  $J_c d$  より大きくなる場合、遮蔽電流が図 2.8 のように頭打ちになっていることが分かる。 $H_m$  を 0 から徐々に増加させた場合、このような頭打ちの波形が出始める振幅と、 $H_m$  が  $J_c d$  に達する電流振幅が一致するため、非線形な電圧応答を検出することで  $J_c$  を算出可能なことが推測できる。

### 2.3.3 第三高調波電圧

2.3.2 節で得られた  $I(t)$  と (2.1) 式から遮蔽電流によってピックアップコイルに誘導される電圧  $V(t)$  が求まり、この  $V(t)$  と (2.2) 式を用いることで第三高調波電圧が計算できる。

(1)  $H_m \leq J_c d$  の場合

(2.13) 式より、

$$V(t) = -GH_m \omega \sin \omega t \quad (2.15)$$

を得る。従って、 $f_1 = f_2 = 0$  となり、前にも述べたように第三高調波電圧は誘導されない。

(2)  $H_m > J_c d$  の場合

(2.16) 式より誘導電圧は

$$\begin{aligned} V(t) &= -GH_m \omega \sin \omega t; & 0 \leq \omega t < \theta_1 \\ &= 0; & \theta_1 \leq \omega t < \pi \end{aligned} \quad (2.16)$$

となる。以上より  $f_1$ 、 $f_2$  は (2.3) 式、及び (2.4) 式より、

$$\begin{aligned} f_1 &= -\frac{GH_m \omega}{\pi} \int_0^{\theta_1} \sin \omega t \cos 3\omega t \, d\omega t \\ &= -\frac{2G_2 H_m \omega}{\pi} h_p (1 - h_p) (1 - 8h_p + 8h_p^2) \end{aligned} \quad (2.17)$$

$$\begin{aligned} f_2 &= -\frac{GH_m \omega}{\pi} \int_0^{\theta_1} \sin \omega t \sin 3\omega t \, d\omega t \\ &= -\frac{8G_2 H_m \omega}{\pi} (h_p - h_p^2)^{1/2} h_p (1 - h_p) (1 - 2h_p) \end{aligned} \quad (2.18)$$

となる。ただし、 $h_p = H_p / H_m$  ( $H_p$  は磁束密度が試料の反対側に達するのに必要な磁界の強さ) であり、

$$h_p = \frac{1}{2}(1 - \cos \theta_1) \quad (2.19)$$

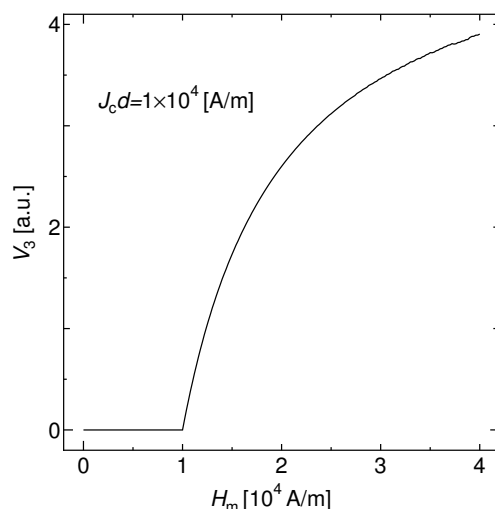
の関係がある\*3。以上より第三高調波電圧は (2.2) 式を用いて

$$V_3 = \frac{2GJ_c d \omega}{\pi} \left(1 - \frac{J_c d}{H_m}\right) \quad (2.20)$$

を得る。

これを  $V_3$ - $H_m$  特性でプロットしたものが図 2.9 である。磁束密度がサンプルを貫く、つまり  $H_m$  が  $J_c d$  に達すると同時に第三高調波電圧が急激に発生する様子が現れている。このように、第

\*3 外部磁界が  $H_m$  から減少していき、位相が  $\theta_1$  になるまでの外部磁界の変化が  $2H_p$  であり、 $H_m - H_m \cos \theta_1 = 2H_p$  の関係がある。

図 2.9 不可逆な状態を仮定した時の  $V_3$ - $H_m$  特性

三高調波成分の発生を検出から遮蔽電流が限界に達したことを知ることができる<sup>\*4</sup>。実際に実験で測定される  $V_3$ - $I_0$  特性が、図 2.9 に相当するため、 $V_3$  が発生する時の電流の値  $I_{th}$ <sup>\*5</sup> から  $J_c$  が見積もれることが分かる。

容易に想像できるようにサンプルが厚ければ厚いほど、また  $J_c$  が高ければ高いほど第三高調波電圧が発生する（遮蔽電流が限界に達する）ために必要な交流電流は大きくなる。実際、 $J_c$  は第三高調波電圧が発生したときの電流の値  $I_{th}$  とサンプルの厚さ  $d$  を用いて

$$J = \frac{2K}{d} I_{th} \quad (2.21)$$

で与えられる。ただし、ここで  $K$  はコイルの形状、巻き数で決まる定数（3.1.2 節参照）で交流電流との積で超伝導体表面に印加される外部磁界の最大値を決定する。

第三高調波電圧誘導法では外部から交流磁界を印加するため、超伝導体内部にはその周波数に応じて  $\text{rot} \vec{E} = -\partial \vec{b} / \partial t$  を満たす電界が強制的に誘導される。この電界の大きさは交流磁界の周波数に比例し、サンプル表面に誘導される電界は

$$E = \frac{3\sqrt{3}}{8} \mu_0 \omega J d^2 \quad (2.22)$$

で与えられる。従って、周波数を変化させることで発生電界を任意に変化させることが可能で、様々な周波数で測定を行うことで  $E$ - $J$  特性を評価することもできる。このように、交流磁界の周波数で様々な電界領域を選択可能な点も第三高調波電圧誘導法の特徴の一つである。

<sup>\*4</sup> 磁束線の可逆運動を考えない場合に限る。可逆運動がある場合、第三高調波電圧の発生と遮蔽電流が限界に達することは必ずしも対応しない。

<sup>\*5</sup> ノイズの影響などにより、第三高調波電圧の発生を厳密に決定することはできないため、第三高調波電圧がある閾値に達したところで第三高調波電圧が発生したと見なし、そのときの電流値を閾値電流  $I_{th}$  という。



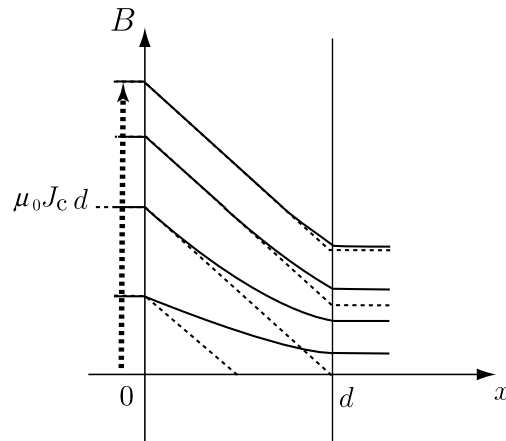


図 2.10 遮蔽電流が頭打ちになる瞬間の内部の磁束分布。鎖線・・・不可逆を仮定した分布 実線・・・可逆運動があるときの磁束分布

ただし、以上の解析では完全に不可逆な現象を仮定している点には注意が必要である。例えば図 2.10 のように、遮蔽電流が頭打ちになる瞬間の内部の磁束分布を考える。これまでの議論のように不可逆な状態を仮定した場合、外部磁界が  $J_c d$  に達すると直ちに遮蔽電流は頭打ちになるため図 2.8 のように、はっきりとした折れ曲がり点を持った変化となる。一方、磁束線の可逆運動がある場合、 $d$  と  $\lambda_0$  が同程度と仮定すると、外部磁界の増加に対する内部の磁束分布は図 2.10 のように徐々に不可逆な場合の波形に近づくことになる。このため遮蔽電流の頭打ちへの移行は不可逆な場合に比べて緩やかなものとなる。

このような緩やかな波形の変化は特に高調波成分への影響が大きく、磁束線の可逆運動を考慮した第三高調波電圧の解析が必要である。

## 2.4 磁束線の可逆運動を考慮した解析

磁束線の可逆運動を考慮した第三高調波電圧の解析も 2.3 節と同様の手順で行うことが出来る。異なるのは内部の磁束分布の変化である。本節では簡単化した Campbell モデルを用いて磁束分布を解析し、磁束線の可逆運動を考慮して第三高調波電圧を理論的に見積もる。

### 2.4.1 簡単化した Campbell モデル

磁束線の可逆運動を考慮した場合の内部の磁束分布は 1 章で述べた Campbell モデルによる変位復元力を考えることで求めることが出来る。具体的には図 1.6 を仮定することで得られる非線形微分方程式を数値的に解くことで得られるが、とくに第三高調波電圧の解析では一周分の変化が必要で、このような解析は困難である。そこで、Campbell モデルを簡単化したモデルを仮定し第三高調波電圧の解析を行った。図 2.11 は簡単化した Campbell モデルによる、外部磁界が 0 から十分な大きさまで増磁したときの、超伝導体内の磁束線の変位復元力を表す。簡単化した Campbell

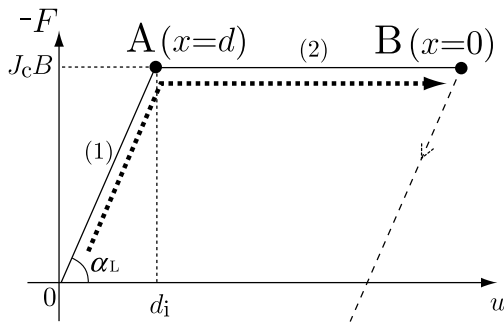


図 2.11 単純化した Campbell モデルによる変位復元力特性

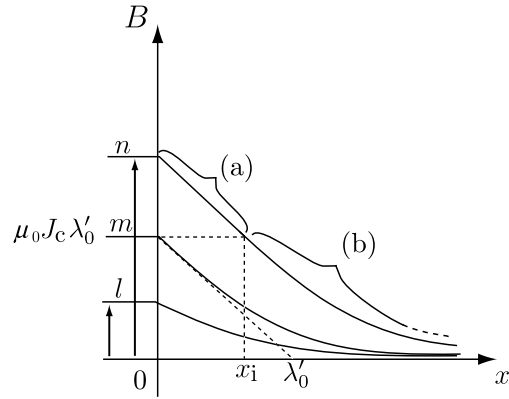


図 2.12 単純化した Campbell モデルによる内部の磁束分布の例

モデルによると、磁束線の変位が相互作用距離  $d_i$  までの場合は、変位に比例した力が働き、磁束線は完全に可逆な状態にあり、変位が  $d_i$  を超えると完全に不可逆な状態に移行する。これは、可逆な状態から不可逆な状態へ徐々に移行するオリジナルの Campbell モデルとは異なる。

以上のような単純化を行うことで、オリジナルの Campbell モデルの場合のような非線形微分方程式を解くことなく内部の磁束分布の変化を求めることができ、比較的容易に第三高調波電圧を計算できる。例えば外部磁界を 0 から増磁した時の磁束分布の変化を変位復元力特性と対応させて求めると次のようになる。まず、外部磁界  $H(0)$  を 0 からわずかに増加させた場合を考える。この場合、変化が小さいため、超伝導体内のどの部分にある磁束線も変位が小さく、図 2.11 の (1) 上にある。この領域では、磁束には変位  $u$  に比例した力  $F = -\alpha_L u$  ( $\alpha_L$  は Labusch パラメータ) が働き、(1.2) 式と同様に内部の磁束分布の変化は、

$$B(x) = \mu_0 H(0) \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \tag{2.23}$$

となり、図 2.12 の分布  $l$  のようになる。ここから外部磁界を増加していくと最も変位の大きい超伝導体表面の磁束の変位が  $d_i$  となり、図 2.11 の点 A に達する。これは、表面での磁束分布の傾きが  $\mu_0 J_c$  に達したことに対応し、この時の磁束分布 (図 2.12 の分布  $m$ ) は

$$B(x) = \mu_0 J_c \lambda'_0 \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \tag{2.24}$$

となる。外部磁界が  $J_c \lambda'_0$  より大きくなると表面付近の磁束から順に変位が  $d_i$  を超え、図 2.11 の (2) の不可逆な領域に入り始める。より内部の変位がまだ十分でない領域は (1) の可逆な領域にあるので、この場合内部の磁束は不可逆な状態と、可逆な状態の磁束が図 2.12 の分布  $n$  のように混在する。(a) が不可逆状態の磁束が、(b) が可逆な状態の磁束が存在する領域となる。分布  $n$  を図 2.11 と対応させると、最初  $x = 0$  にあった磁束の変位が最も大きく点 B まで変位している。 $x = x_i$  はこの可逆と不可逆領域の境界で、ここにあった磁束は図 2.11 の点 A ( $u = d_i$ ) まで変位している。(a) の領域の磁束分布は傾き  $\mu_0 J_c$  の直線で簡単に表せ、(b) の領域は  $x_i$  まで不可逆な領

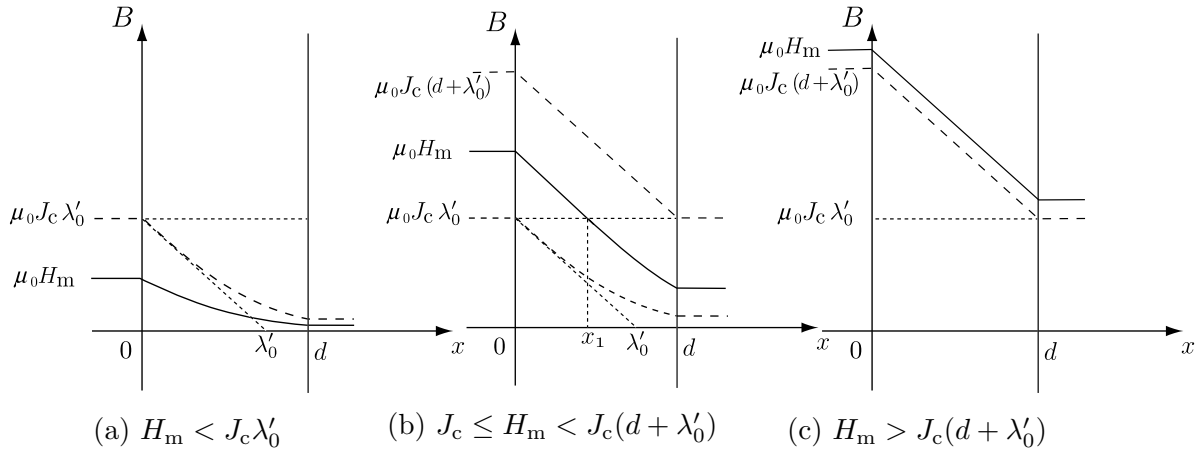


図 2.13 初期状態の場合分け

域が侵入したと考えられることから、(2.24) 式で表される磁束分布を  $x$  方向に  $x_i$  平行移動した分布となり、分布  $n$  は

$$\begin{aligned}
 B(x) &= \mu_0 [H(0) - J_c x]; & 0 \leq x < x_i \\
 &= \mu_0 J_c \lambda'_0 \exp\left(-\frac{x - x_i}{\lambda'_0}\right); & x_i \leq x
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

となる。ここで、 $x_i$  は

$$x_i = \frac{H(0)}{J_c} - \lambda'_0 \tag{2.26}$$

となる。これらは以降の解析での初期状態に対応する。

### 2.4.2 磁束分布

単純化した Campbell モデルを用いた場合においても、不可逆な場合と同じように増磁の時と減磁の時の磁束分布の変化は対称となる。したがって、この場合も半周期分のみ解析を行う。内部の磁束の初期状態は外部の磁界の強さによって図 2.12 のように、磁束分布の様子が変わるため、それぞれの場合に応じて分けて考える必要がある。具体的には図 2.13 のように  $H_m$  の値に応じて 3 通りに分けることができる。なお、図 2.13 では  $\lambda'_0 < d$  となっているが、以下の議論はこの大小に関係なくそのまま適用可能である。以下では、この 3 つの場合ごとに内部の磁束分布を求める。

#### (1) $H_m < J_c \lambda'_0$ の場合

振幅が十分小さいため 2.4.1 節でも述べたように、最も変位の大きい表面の磁束でも、その変位は変位復元力の可逆な領域にあり、同様に内部の磁束も可逆な領域にある。つまり、図 2.14 の実線で示された状態にすべての磁束線がある。したがって、初期状態は (2.23) 式と同様な形で、

$$B_{ini}(x) = \mu_0 H_m \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \tag{2.27}$$

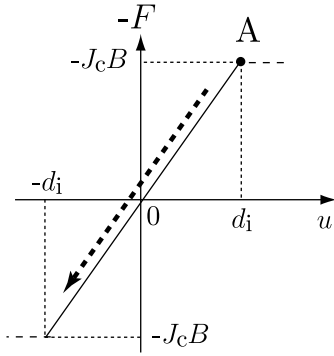


図 2.14 変位復元力

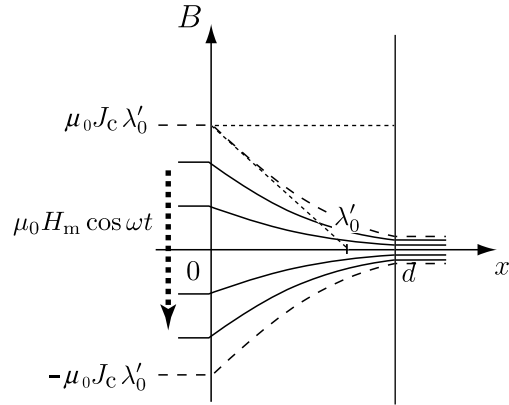


図 2.15  $H_m < J_c \lambda'_0$  の時の内部の磁束分布

となる。そこから磁界を減少させると、磁束線は可逆な状態にあるので、変位復元力は図 2.14 のように増磁の時と同じ過程をたどって変化する。したがって、初期状態からの変化分  $B_{diff}(x)$  も (2.23) 式と同様の形で

$$B_{diff}(x) = \mu_0 H_m (1 - \cos \omega t) \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \quad (2.28)$$

となり、したがってここから内部の磁束分布の変化は

$$B(x) = \mu_0 H_m \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) - \mu_0 H_m (1 - \cos \omega t) \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \quad (2.29)$$

$$= \mu_0 H_m \cos \omega t \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \quad (2.30)$$

与えられ、図 2.15 のようになる。

(2)  $J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c (d + \lambda'_0)$  の場合

外部磁界を 0 から増磁していくと、大きさが  $J_c \lambda'_0$  の時、表面での磁束分布の傾きが  $\mu_0 J_c$  の不可逆な状態に達し、それより磁界が大きくなる不可逆な領域が内部に広がっていく。したがって、初期状態に至る過程は図 2.11 と同様で、図 2.16 のようになる。 $x = x_1$  にある磁束が点 A、 $x_1 < x < d$  上のある磁束が点 B、 $x = d$  にある磁束が点 C にそれぞれ対応する。この時、磁束分布は図 2.12 の分布  $n$  と同じく可逆な磁束と不可逆な磁束が混在しており、初期状態は (2.25) 式と同様の形で

$$\begin{aligned} B_{ini}(x) &= \mu_0 [H_m - J_c x]; & 0 \leq x < x_1 \\ &= \mu_0 J_c \lambda'_0 \exp\left(-\frac{x - x_1}{\lambda'_0}\right); & x_1 \leq x \leq d \end{aligned} \quad (2.31)$$

となる。ただし、 $x_1$  は、不可逆領域と可逆領域の境目で

$$x_1 = \frac{H_m}{J_c} - \lambda'_0 \quad (2.32)$$

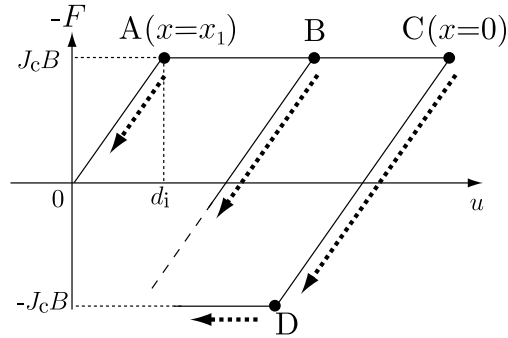


図 2.16  $J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$  時の変位復元力

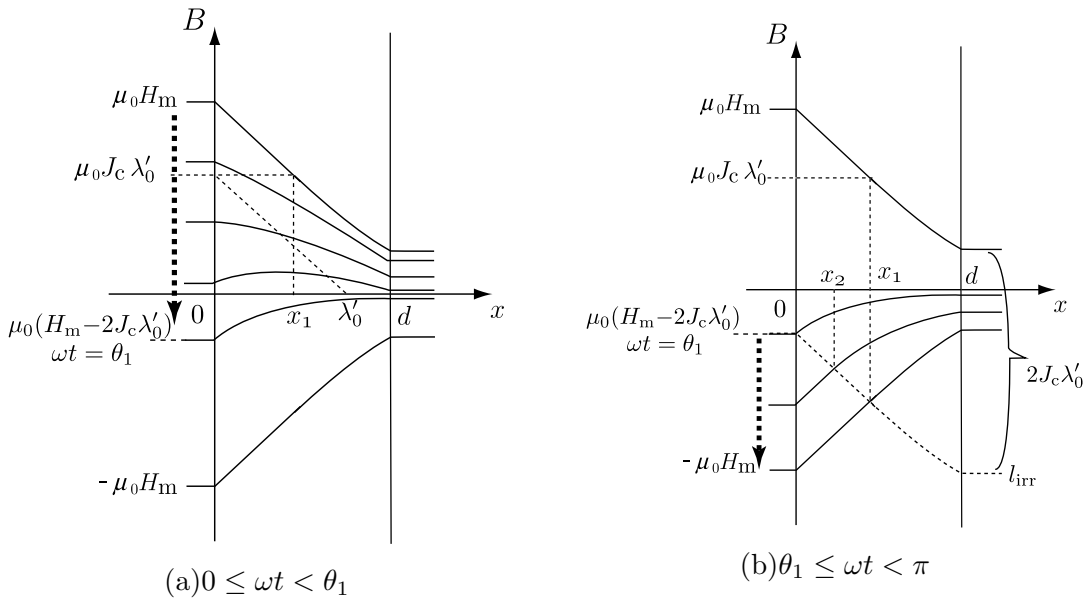


図 2.17  $J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$  の時の磁束分布の変化

となる。

この状態から外部磁界を減少させた際の内部の磁束分布の変化を求める。この時の変位復元力は、例えば最も大きく変位している表面の磁束の場合、点  $C \rightarrow D$  のように変化していき、外部磁界の変化が  $2J_c \lambda'_0$  の時、初期状態からの磁束の変位が  $2d_i$  に達し (この時の位相を  $\theta_1$  とする)、以降不可逆な状態に移行する。また、同様に点 A、点 B にある磁束も同様に矢印のように変位する。この変位復元力の変化のしかたは  $H_m < J_c \lambda'_0$  の場合と同じなので、可逆な領域の磁束分布の変化分は (2.28) 式となる。

$\omega t = \theta_1$  以降、内部の磁束も順次不可逆な状態に移行し、磁束分布が直線で表される領域が内部に広がっていく。以上より、内部の磁束分布は  $0 \leq \omega t < \theta_1$  の時、初期状態 (2.31) 式と、そこからの変化分  $B_{diff}(x) = \mu_0 H_m (1 - \cos \omega t) \exp(-x/\lambda'_0)$  を用いて

$$\begin{aligned}
B(x) &= \mu_0(H_m - J_c x) - \mu_0 H_m (1 - \cos \omega t) \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right); & 0 \leq x < x_1 \\
&= \mu_0 \left[ J_c \lambda'_0 \exp\left(\frac{H_m}{J_c \lambda'_0} - 1\right) - H_m (1 - \cos \omega t) \right] \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right); & x_1 \leq x \leq d \quad (2.33)
\end{aligned}$$

となる。\$\theta\_1 \leq \omega t < \pi\$ の場合、表面から順に磁束分布の傾きが \$\mu\_0 J\_c\$ に達するので、図 2.17(b) のように不可逆な状態 (\$0 \leq x < x\_2\$) と可逆な状態 (\$x\_2 \leq x < d\$) の磁束線が混在する。また、外部磁界を減少させる時の初期状態が \$d = x\_2\$ を境に異なっているため、結果的に内部の磁束分布はこの 3 つの領域ごとに求まり

$$\begin{aligned}
B(x) &= \mu_0(H_m \cos \omega t + J_c x); & 0 \leq x < x_2 \\
&= \mu_0 \left\{ H_m - J_c x - 2J_c \lambda'_0 \exp\left[-\frac{x}{\lambda'_0} + \frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0} - 1\right] \right\}; & x_2 \leq x < x_1 \\
&= \mu_0 J_c \lambda'_0 \left\{ \exp\left(\frac{H_m}{J_c \lambda'_0} - 2 \exp\left[\frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0}\right]\right) \right\} \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0} - 1\right); & x_1 \leq x \leq d \quad (2.34)
\end{aligned}$$

となる。ここで \$\theta\_1\$ は減磁の過程で表面での磁束分布の傾きが \$\mu\_0 J\_c\$ に達する時の位相で、初期状態からの外部磁界の変化が \$2J\_c \lambda'\_0\$ に達する位相なので

$$\theta_1 = \cos^{-1} \left( 1 - \frac{2J_c \lambda'_0}{H_m} \right) \quad (2.35)$$

となる。可逆な領域と不可逆な領域の境目は外部磁界の減少に伴って、鎖線 \$l\_{\text{irr}}\$ の上を移動する。鎖線 \$l\_{\text{irr}}\$ は初期状態からの磁束分布の変化がちょうど \$2\mu\_0 J\_c \lambda'\_0\$ になる磁束分布で、初期状態を \$-B\$ 方向へ \$2J\_c \lambda'\_0\$ だけ平行移動したものとなる。したがって \$x\_2\$ は、不可逆部分の磁束分布 \$\mu\_0 H\_m \cos \omega t + J\_c x\$ と鎖線 \$l\_{\text{irr}}\$ との交点から

$$x_2 = \frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c} - \lambda'_0 \quad (2.36)$$

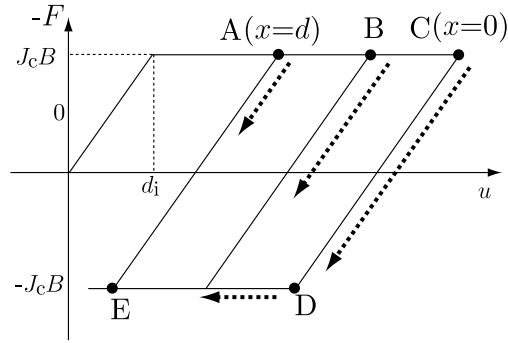
となる。

### (3) \$H\_m > J\_c(d + \lambda'\_0)\$ の場合

振幅が十分大きいので、最も変位の小さい \$x = d\$ にある磁束も初期状態で、図 2.18 の点 A のように完全に不可逆な状態にあり、したがって、サンプル内の全ての磁束は不可逆な状態に移行している。従って、初期状態は傾き \$-\mu\_0 J\_c\$ の直線で

$$B(x) = \mu_0(H_m - J_c x) \quad (2.37)$$

となる。初期状態から外部磁界を減少させ、変化量が \$-2J\_c \lambda'\_0\$ に達したところで表面での磁束分布の傾きが \$\mu\_0 J\_c\$ に達する。図 2.18 の変位復元力の図で点 C(\$x = 0\$) にある磁束の変位が \$2d\_i\$ となり、点 D に達する。また、同時にほかの場所の磁束の変位復元力も図の矢印のように変化する。


 図 2.18  $H_m > J_c(d + \lambda'_0)$  の時の変位復元力

さらに外部磁界が減少すると、不可逆な状態の磁束が存在する領域が内部に侵入していき、初期状態からの変化が  $-2J_c(\lambda'_0 + d)$  になったところで最も変位の小さい  $x = d$  の磁束まで磁束分布の傾きが  $\mu_0 J_c$  に達し、不可逆な状態に移行する。同時に、変位復元力では点 A から変位した  $x = d$  での磁束は点 E に達する。ここで、表面の磁束が不可逆な状態に移行する時の位相を  $\theta_1$ 、反対側の磁束まで不可逆な状態に移行するときの位相を  $\theta_2$  とする。

以上より、外部磁界が  $H_m$  から  $-H_m$  まで変化した時の内部の磁束密度の変化は、位相によって 3 通りに場合分けすることができる (図 2.19)。一つ目が、初期状態から表面の磁束が不可逆な状態に移行するまで ( $0 \leq \omega t < \theta_0$ )、二つ目が表面が不可逆な状態に移行してから全ての磁束が不可逆な状態に移行するまで ( $\theta_1 \leq \omega t < \theta_2$ )、三つ目が全ての磁束が不可逆な状態に移行してから後 ( $\theta_2 \leq \omega t < \pi$ ) となる。したがって磁束分布  $B(x)$  はこれまでと同様にして、 $0 \leq \omega t < \theta_1$  の時、

$$B(x) = \mu_0(H_m - J_c x) - \mu_0 H_m (1 - \cos \omega t) \exp\left(-\frac{x}{\lambda'_0}\right) \quad (2.38)$$

と、 $\theta_1 \leq \omega t < \theta_2$  の時、

$$\begin{aligned} B(x) &= \mu_0(H_m \cos \omega t + J_c x); & 0 \leq x < x_2 \\ &= \mu_0 \left\{ H_m - J_c x - 2J_c \lambda'_0 \exp\left[-\frac{x}{\lambda'_0} + \frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0} - 1\right] \right\}; & x_2 \leq x \leq d \end{aligned} \quad (2.39)$$

と、 $\theta_2 \leq \omega t < 2\pi$  の時は、

$$B(x) = \mu_0(H_m \cos \omega t + J_c x) \quad (2.40)$$

とそれぞれ表される。ここで、 $x_2$  は (2.36) で  $\theta_2$  は  $H_m \cos \omega t = H_m - 2J_c(\lambda'_0 + d)$  より

$$\theta_2 = \cos^{-1} \left[ 1 - \frac{2J_c(\lambda'_0 + d)}{H_m} \right] \quad (2.41)$$

となる。以上で、各場合ごとの内部の磁束分布の変化が求まったので遮蔽電流の解析を行う。

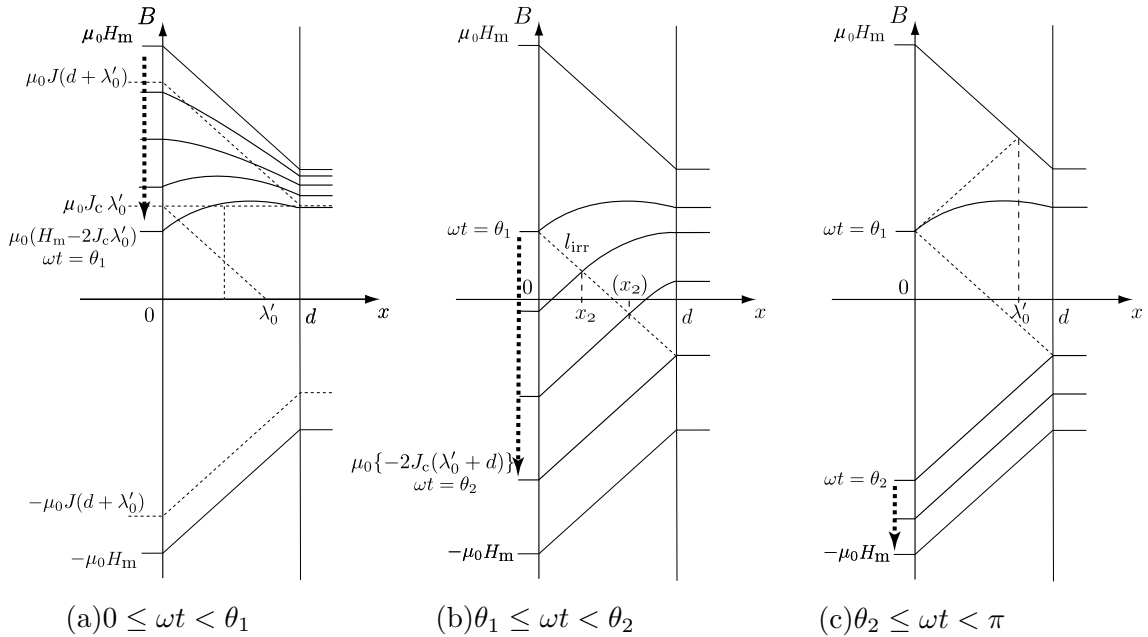


図 2.19  $H_m > J_c(d + \lambda'_0)$  の時の内部の磁束分布の変化

### 2.4.3 遮蔽電流

遮蔽電流は (2.5) 式より、サンプル表面と反対側の磁束密度を用いて得ることができる。遮蔽電流はそれぞれの場合ごとに以下のように求まる。

(1)  $H_m < J_c \lambda'_0$  の場合

初期状態、および交流磁界印加中も含めどの場合においても超伝導体内の磁束は可逆な状態にあり、外部磁界の変化に対する遮蔽電流の応答は完全に線形となる。遮蔽電流  $I(t)$  は

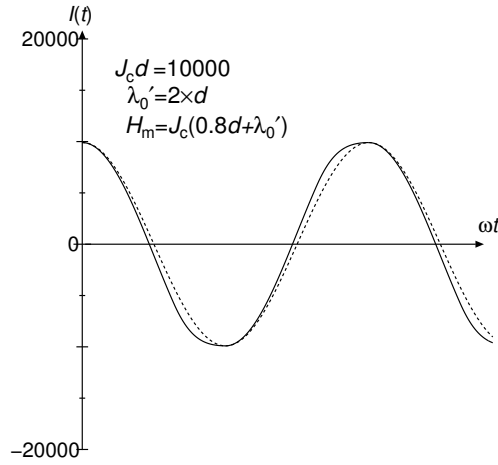
$$I(t) = H_m \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \right] \cos \omega t \tag{2.42}$$

となり、したがって例えば、 $\lambda'_0 > d$  の場合、不可逆な状態を仮定した時には既に頭打ちになってしまう外部磁界に対しても線形な応答となり、頭打ちにならず、正弦波を保つ。

(2)  $J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$  の場合

初期状態、および位相が  $\omega t > \theta_1$  の場合、超伝導体内では不可逆な状態の磁束と可逆な状態の磁束が混在している。この時、遮蔽電流は完全な正弦波からは若干ずれた波形となり、高調波成分が徐々に発生する。遮蔽電流は




 図 2.20  $J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$  の時の遮蔽電流 (鎖線は正弦波)

$$\begin{aligned}
 I(t) &= H_m \cos \omega t - \left[ J_c \lambda'_0 \exp\left(\frac{H_m}{J_c \lambda'_0} - 1\right) - H_m(1 - \cos \omega t) \right] \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right); & 0 \leq \omega t < \theta_1 \\
 &= H_m \cos \omega t J_c \lambda'_0 \left\{ 1 - 2 \exp\left[-\frac{H_m(1 + \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0}\right] \right\} \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0} + \frac{H_m}{J_c \lambda'_0} - 1\right); & \theta_1 \leq \omega t < \pi
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

となり、図 2.20 のような波形となる。鎖線は正弦波を表し、遮蔽電流の変化が正弦波からわずかにずれていることが分かる。このとき印加されている交流磁界は図 2.8 よりも大きいにもかかわらず、遮蔽電流は頭打ちにはならず、正弦波からわずかにずれる程度であるという点に注意してほしい。

### (3) $H_m > J_c(d + \lambda'_0)$ の場合

初期状態で全ての磁束が不可逆な状態にある。 $0 \leq \omega t < \theta_1$  の範囲でこそ全ての磁束線が可逆な変化を示し、遮蔽電流は外部磁界の変化に対して線形に応答するが、 $\theta_1 \leq \omega t < \theta_2$  で徐々に線形な応答からズレはじめ  $\omega t > \theta_2$  で完全な頭打ちの波形に移行する。この時、遮蔽電流は

$$\begin{aligned}
 I(t) &= J_c d - H_m(1 - \cos \omega t) \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \right]; & 0 \leq \omega t < \theta_1 \\
 &= J_c d - H_m(1 - \cos \omega t) + 2J_c \lambda'_0 \exp\left[-\frac{d}{\lambda'_0} + \frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0} - 1\right]; & \theta_1 \leq \omega t < \theta_2 \\
 &= -J_c d; & \theta_2 \leq \omega t < \pi
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

となり、図 2.21 のようになる。明らかに頭打ちになっている様子が分かるが、不可逆な状態を仮定した電流の流れと異なり、直線部分への移行はなめらかになっている。

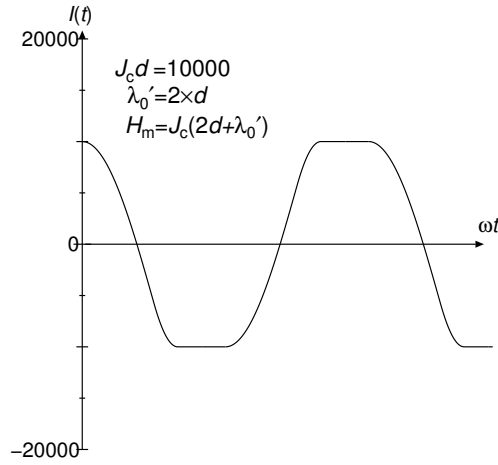


図 2.21  $H_m \leq J_c(d + \lambda'_0)$  の時の遮蔽電流の様子

### 2.4.4 第三高調波電圧

ピックアップコイルに鎖交する遮蔽電流による磁束は、遮蔽電流に比例する。したがって、ピックアップコイルに誘導される電圧  $V(t)$  は (2.1) 式より、定数  $G$  を使って表すことができる。

(1)  $H_m < J_c \lambda'_0$  の場合

遮蔽電流は (2.42) 式で与えられ、したがってピックアップコイルに誘導される電圧も

$$V(t) = -GH_m \omega \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \right] \sin \omega t \quad (2.45)$$

のとなる。このとき、(2.2) 式における  $f_1$ 、 $f_2$  は  $f_1 = f_2 = 0$  となるので第三高調波電圧は発生しない。

(2)  $J_c \lambda'_0 \leq H_m < J_c(d + \lambda'_0)$  の場合

遮蔽電流は (2.43) 式で与えられ、頭打ちにはならないが正弦波からはずれた波形となる。ピックアップコイルに誘導される電圧は

$$\begin{aligned} V(t) &= -GH_m \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \right] \sin \omega t; & 0 \leq \omega t < \theta_1 \\ &= -GH_m \omega \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{d}{\lambda'_0} + \frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0} - 1\right] \right\} \sin \omega t; & \theta_1 \leq \omega t < \pi \end{aligned} \quad (2.46)$$

となり、

$$f_1 = -\frac{2GJ_c \lambda'_0 \omega}{\pi} \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \left\{ 9k^3 + 8k^2 + \frac{9}{2}k - [24k^3 - 24k^2 + 9k - 1] \exp\left(\frac{H_m}{J_c \lambda'_0} - 1\right) \right\} \quad (2.47)$$

となることから ( $f_2$  に関しては数値的な解析が必要。)、(2.2) 式を用いて第三高調波電圧がもとまる。ただし、

$$k = \frac{2J_c \lambda'_0}{H_m} \quad (2.48)$$

である。2.4.3 節でも述べたように、この時から第三高調波電圧が徐々に発生し始める。したがって、例えば  $\lambda'_0 < d$  の時、不可逆な状態を仮定した場合より第三高調波電圧は早めに発生する。外部磁界が  $J_c \lambda'_0$  に達すると同時に第三高調波電圧が発生することになるため、例えば  $\lambda'_0 \ll d$  の場合逆に  $J_c$  が大幅な過小評価になると思われるかもしれない。しかしながら後に示すように、実際には  $\lambda'_0$  が小さくなればなるほど、不可逆な場合の第三高調波電圧特性 (図 2.9) に漸近していくため<sup>\*6</sup>、しきい値の決め方にもよるが、大幅な過小評価になることは無い。

(3)  $H_m > J_c(d + \lambda'_0)$  の場合

遮蔽電流は (2.44) 式で与えられ、遮蔽電流が頭打ちになることにより第三高調波電圧が急激に発生する。誘導電圧は

$$\begin{aligned} V(t) &= -GH_m \omega \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \right] \sin \omega t; & 0 \leq \omega t < \theta_1 \\ &= -GH_m \omega \left\{ 1 - \exp\left[-\frac{d}{\lambda'_0} + \frac{H_m(1 - \cos \omega t)}{2J_c \lambda'_0} - 1\right] \right\} \sin \omega t; & \theta_1 \leq \omega t < \theta_2 \\ &= 0; & \theta_2 \leq \omega t < \pi \end{aligned} \quad (2.49)$$

となり、

$$\begin{aligned} f_1 &= -\frac{GJ_c \lambda'_0 \omega}{\pi} \left[ 1 - \exp\left(-\frac{d}{\lambda'_0}\right) \right] (14k^3 + 32k^2 - 9k + 4) - \frac{2GJ_c d \omega}{\pi} \{k[16h_p^2 - 48h_p \\ &\quad + 3(3 + 4k^2)] + (1 - k - h_p)[1 - 8(k + h_p) + 8(k + h_p)^2 - 8kh_p]\} \end{aligned} \quad (2.50)$$

とることから ( $f_2$  は数値的な解析が必要)、(2.2) 式を用いて第三高調波電圧がもとまる。ただし、

$$h_p = \frac{J_c d}{H_m} \quad (2.51)$$

である。

## 2.5 解析結果

以上の理論結果を数値的に解析して得られた結果を  $V_3$ - $H_m$  特性として図 2.22(a) に示す。横軸が交流電流ではなく印加磁界になっているが、コイルを流れる交流電流と印加磁界は単純に比例するので  $V_3$ - $I_0$  特性と同じように考えて問題ない。図 2.22 は数値計算に使用したサンプルの厚さ  $d$

<sup>\*6</sup> 具体的には  $J_c \lambda'_0 \leq x < J_c d$  の領域が 0 に漸近し  $x > J_c d$  の領域が図 2.9 で示される  $x > J_c d$  での第三高調波電圧特性に漸近する。

と  $\lambda'_0$  の比  $\lambda'_0/d$  を 0 から徐々に大きくしていき得られた  $V_3-H_m$  特性を示す。鎖線は不可逆な場合の解析結果で、可逆を仮定した解析において  $\lambda'_0/d \rightarrow 0$  の極限をとると両者は一致する。2.4.4 節でも述べたように、磁束線の可逆運動を考慮した場合、第三高調波電圧は外部磁界の振幅が  $J_c \lambda'_0$  に達すると同時に発生し始めるため、 $\lambda'_0/d$  が大きくなればなるほど第三高調波電圧の立ち上がり点は不可逆な磁束線を仮定した場合から高磁界側にシフトしていく。したがって、これまでの  $J_c$  決定法のように、単純にあるしきい値で第三高調波電圧の立ち上がり点を決定し、式 (2.21) を用いて  $J_c$  を求めた場合、過大評価となる。以上が、磁束線の可逆運動によって  $J_c$  が過大評価となる原因である。

なお、 $\lambda'_0 d < 1$  では可逆な状態を仮定した場合より立ち上がりは早くなる。したがって、理論的には十分に低いしきい値で立ち上がり点を決定することで過小評価となる。この点に関しては、例えば実験で得られた第三高調波電圧が図 2.22(a) のどの部分に当たるのか、ノイズレベルがどのあたりに来るのが正確には分からないため<sup>\*7</sup>、詳細は今後の検討が必要である。

図 2.22(b) は外部磁界の振幅を大幅に大きくした時の  $V_3-H_m$  特性を参考までに示したもので、 $\lambda'_0/d = 0$ 、つまり完全に不可逆を仮定した場合と  $\lambda'_0/d = 10$  の場合を示す。図にあるようにいずれの場合もはじめ第三高調波電圧が急激に発生しているが、徐々に飽和していくことが分かる。これは、振幅が大きいくことによって一周期の中で遮蔽電流が頭打ちになる部分の割合が大きくなる、つまり誘導される電圧として寄与する部分の割合が徐々に減っていくからである。とくに  $\lambda'_0/d = 0$  の場合、外部磁界が最大の状態から  $2J_c d$  減少しただけで再び遮蔽電流が頭打ちとなるため、可逆運動を考慮した場合よりも頭打ちの区間が長く、第三高調波電圧はすぐに飽和する。一方可逆運動を考慮した場合、再び遮蔽電流が頭打ちになるまでに必要な外部磁界の変化は  $J_c \lambda'_0$  となるため図 2.22(b) のように  $\lambda'_0/d$  が大きい場合、不可逆な場合に比べて、より緩やかに飽和していく。

<sup>\*7</sup> この解析で得られた特性は、交流磁界を一様に印可した際に流れる電流の時間微分を電圧と見なして解析を行ったものである。したがって、AC コイルを用いて交流磁界を印加しピックアップコイル電圧を測定する実際の状況とは根本的に異なる。

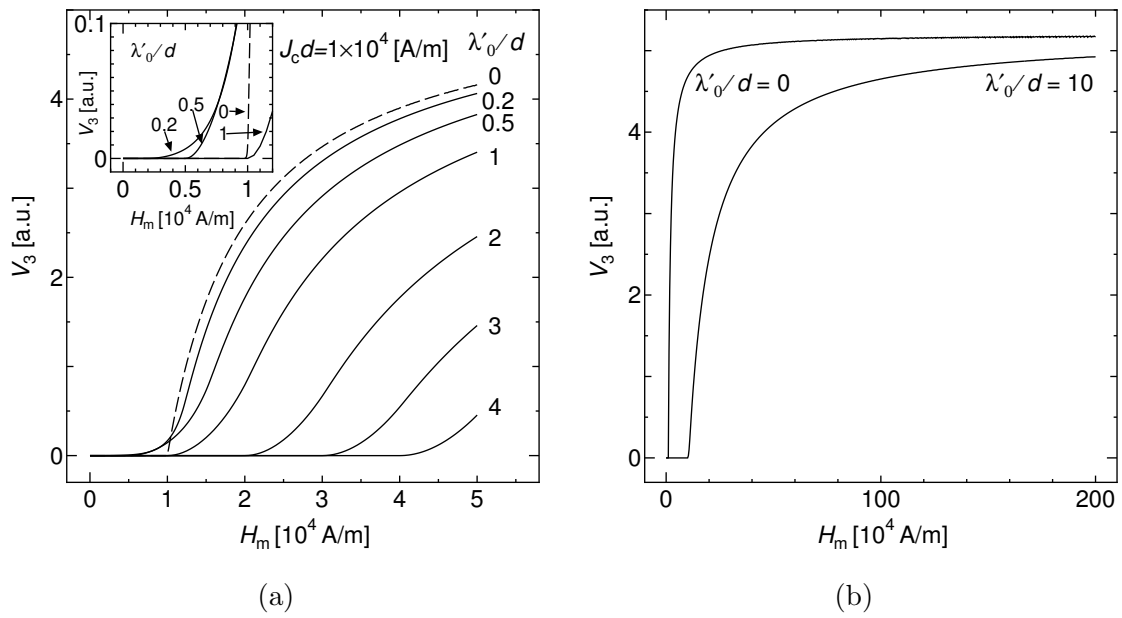


図 2.22 磁束線の可逆運動を考慮した第三高調波電圧の解析結果 (a) $\lambda'_0/d$  依存性 (b) 十分高い磁界まで  $H_m$  を変化させた時の解析結果

## 第 3 章

# 磁束線の可逆運動が与える影響の検証

本実験の目的は 2 章での理論結果を実験的に検証することである。そこで、厚さや  $J_c$  の異なる複数のサンプルの  $E$ - $J$  特性を第三高調波電圧誘導法を用いて測定し、比較として四端子法、磁化緩和法による測定を行った。厚さの異なる複数のサンプルを用いたのは、前章で明らかになった、 $\lambda'_0/d$  の大きさによって過大評価の傾向が異なってくるという理論結果を検証するためである。

従来の解析法そのままでは、どれだけの過大評価となるかを検証するのが目的であるため、第三高調波電圧誘導法による  $E$ - $J$  の解析では従来の解析法を用いた。例えば、「第三高調波電圧の発生 = 遮蔽電流の限界」という説明も従来の仮定によるという点に注意が必要である。

### 3.1 実験

#### 3.1.1 サンプル

表 3.1 は実験に使用したサンプルの一覧である。超伝導層が薄い順に #1、2、3、4 となっており、#4 以外は中間層は GZO 層上に  $\text{CeO}_2$  層 (1.2.2 節参照) がキャップ層として用いられている。各サンプルは膜厚や  $J_c$  が大きく異なることから、同一磁界中で比較した  $\lambda'_0/d$  も大きく異なっていると予想され、したがって過大評価の傾向もサンプルによって違ってくるものと思われる。

表 3.1 使用したサンプルの諸元

	YBCO 層 [m]	$J_c$ [A/m <sup>2</sup> ](77.3 K 0 T)	中間層	基板
#1	$0.27 \times 10^{-6}$	$1.92 \times 10^{10}$	GZO+ $\text{CeO}_2$	Hastelloy
#2	$0.36 \times 10^{-6}$	$0.76 \times 10^{10}$	GZO+ $\text{CeO}_2$	Hastelloy
#3	$0.52 \times 10^{-6}$	$1.7 \times 10^{10}$	GZO+ $\text{CeO}_2$	Hastelloy
#4	$1.0 \times 10^{-6}$	$1.0 \times 10^{10}$	YSZ	Hastelloy

表 3.2 コイルの諸元

線径	200 $\mu\text{m}$
巻き数	51
内径	1.8 mm
外形	3.85 mm
高さ	2.8 mm
サンプルとの距離	0.2 mm
コイル定数	4306 $\text{m}^{-1}$

### 3.1.2 コイルについて

第三高調波電圧誘導法においてもっとも重要な部分のひとつがコイルである。例えば、第三高調波電圧の立ち上がり点から  $J_c$  も求める (2.21) 式にはコイル定数が直接含まれる。図 3.1(a) は実際に使用したコイルである。図の下側の数ミリの部分がコイルとなっている。図からはわかりにくいかもしれないが、コイルから出ている銅線は一組のみで、使用されているコイルは一つであることが分かる。つまり、このコイルは交流電流を流すことで AC コイルとして働くが、同じ端子の電圧も同時に測定することで第三高調波電圧を検出している。このような、単純な構造でも測定できる点も第三高調波電圧誘導法の利点であるといえる。本実験で用いたコイルのサイズは表 3.2 となっている。なお、実際のコイルは手巻きゆえ若干偏りがある。したがって、このサイズは複数箇所測定の後、平均して得られた数値である。

2章でも述べたように第三高調波電圧は、サンプルを流れる遮蔽電流の非線形応答に起因する。従って第三高調波電圧が発生した電流振幅を遮蔽電流の限界と考え、 $J_c$  を見積もることが出来た。理論解析ではサンプルの片側から一様な大きさの交流磁界を印加しているため、サンプル内の遮蔽電流の流れ方は表面に平行な方向では場所に寄らず同じである。したがって、電流の非線形応答は仮定した十分広いサンプルのすべての領域で同時に発生する。しかしながら、実際は AC コイルのサイズは有限で、むしろサンプルに比べて小さい。したがって、サンプルに印加される磁界の強さもサンプルの場所によって大きく異なるはずである。つまり、立ち上がり点付近の第三高調波電圧を誘導しているのはサンプル内の一部分、具体的には最も強い磁界が印加されている部分である\*1。以上より、外部磁界が最も強く印加されている場所、およびその強さを求める必要があることが分かる。

サンプルに印加される交流磁界の強さはコイルの電流  $I_0 \cos \omega t$  に比例する。サンプル上の場所によって比例定数が変わり、比例定数はサンプルの中心軸からの距離  $r$  を用いて  $F(r)$  とすること

\*1 したがって、「第三高調波電圧の発生を遮蔽電流の限界と考える」はもっと具体的に、「第三高調波電圧の発生は、最も強い磁界が印加されている場所の遮蔽電流が限界に達したと考える」とすることが出来る。

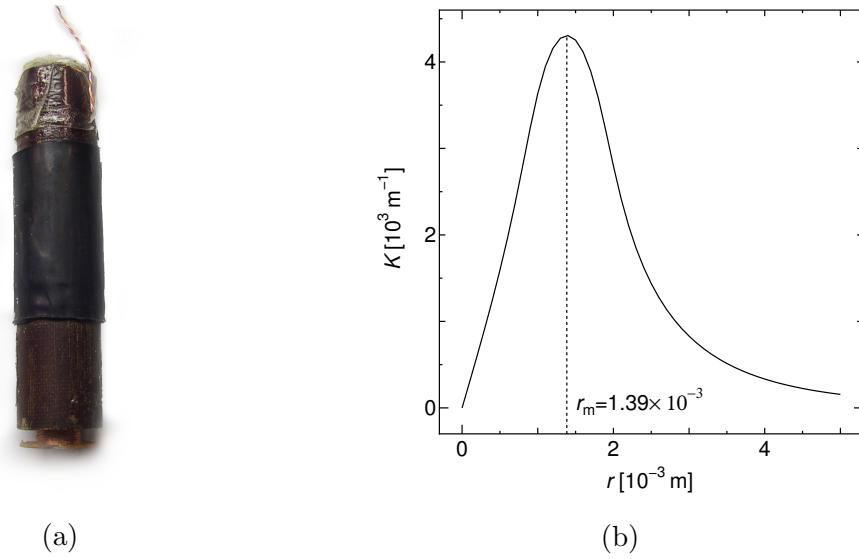


図 3.1 実験に使用したコイル。(a) 実際に使用した AC/PickUp コイルの写真 (b)(3.1) 式を図示

が出来る。したがって、距離  $r$  の場所のサンプル表面での磁界の強さは  $F(r)I_0 \cos \omega t$  となる。交流磁界がもっとも強いサンプル上の場所を  $r = r_m$  とすると、ここでの遮蔽電流が限界に達する瞬間までは、遮蔽電流は AC コイルを流れる電流の鏡像電流とみなすことが出来る。したがって、この瞬間でのサンプル表面での磁界は対称性よりサンプルに平行な成分のみである。平行成分のみについて考えると、コイルが作る磁界の強さを決定する  $F(r)$  はコイルの配置や形状によって

$$F(r) = \frac{N}{4\pi S} \int_{R_1}^{R_2} dr' \int_0^{2\pi} d\theta \int_{z_1}^{z_2} dz \frac{r' z \cos \theta}{R^3} \quad (3.1)$$

で与えられる。ただし、

$$R = (z^2 + r^2 + r'^2 - 2rr' \cos \theta)^{1/2} \quad (3.2)$$

である。なお、サンプル表面での磁界の強さはコイルによる磁界と鏡像電流による磁界の重ね合わせとなるため、 $2F(r) \cos \omega t$  となる。ここで  $R_1$  はコイルの軸の半径、 $R_2$  はコイルの半径、 $z_1$  はコイルサンプル間距離、 $z_2$  はサンプルからコイル上面までの距離、 $N$  は巻き数、 $S$  はコイルの断面積  $((R_2 - R_1)(z_2 - z_1))$  である。この式を数値的に計算することでサンプル表面での磁界の強さおよび、磁界場最も強くなる場所が求まる。図 3.1(b) は  $F(r)$  をプロットしたもので  $r = r_m$  で最大となっている。したがって、第三高調波電圧は  $r = r_m$  での遮蔽電流によって最初に誘導され、ここでの  $F(r)$  の値  $F(r_m)$  が (2.21) 式中のコイル定数となる。

### 3.1.3 第三高調波電圧の測定

外部磁界を印加して測定を行うため、OXFORD 社製の 14 T 超伝導マグネットを用いて実験を行った。測定部の構成は図 2.1 と同じであるが、温度測定のためにハステロイ基板直下に熱電対が設置してある。



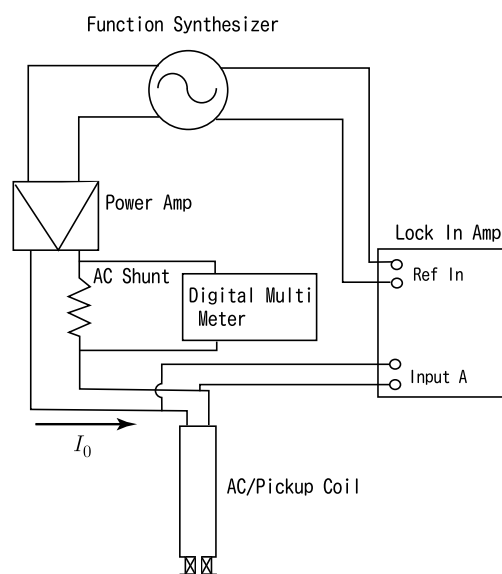


図 3.2 第三高調波電圧の測定回路

測定には下記に一覧した装置を用いた。第三高調波電圧誘導法では AC コイルに交流電流を流し、コイルに誘導される電圧の第三高調波成分の測定を行うことは述べたとおりである。AC コイルに任意の周波数、振幅の交流電流を流すための装置としてファンクションシンセサイザーとパワーアンプを用いる。また、コイルに誘導される電圧から第三高調波電圧を測定する装置としてロックインアンプを、コイルに流れる電流のモニタとしてデジタルマルチメーターを使用した。測定の回路図を図 3.2 に示す。

- Lock In Amp(NF Corporation LI5640)
- Function Synthesizer(NF Corporation WF1946)
- Digital Muluti Meter(KEITHLEY MODEL2000)
- Power Amp(高砂製作所 BWS40-15)

外部磁界は  $c$  軸に平行に印加した状態で AC コイルに交流電流を通電し、同時にコイルの両端の電圧の第三高調波成分を測定する。このとき、交流電流の振幅と第三高調波電圧から  $V_3-H_m$  特性を得ることができる。具体的な流れは以下の通りである。

ファンクションシンセサイザーの ch 1 からはコイルに通電する交流電流の元となる波形がパワーアンプへ出力される。パワーアンプは定電流モードで (CC) 動作しており、ファンクションシンセサイザーから入力された信号の周波数と電圧に応じた交流電流をコイルに通電する。ファンクションシンセサイザーからは、アンプへの信号と同時に、もう片方の ch 2 からその 3 倍の周波数の参照信号がロックインアンプへと出力されている。

パワーアンプから出力された交流電流は途中シャントを經由してそのまま AC/Pickup コイルへと流れる。シャントの両端の電圧はデジタルマルチメーターによって測定されており、ここからコ

イルに流れている電流の値をモニタできる。なお、シャントの抵抗が小さく、通電電流も十分でない場合、デジタルマルチメーターの感度の関係で十分な精度で電圧を測定できない場合がある。そのような場合は、より抵抗の大きいシャントを使うことで解決できるが、他の方法としてはあらかじめ、アンプへの入力電圧（ファンクションシンセサイザー側）と出力電流の関係を測定しておき、シャントの電圧を使わずにファンクションシンセサイザーの出力電圧から直接電圧を見積もることも可能ではある。しかしながら、実際に流れている電流をダイレクトにモニターできることは実験を行う上で重要なので、そのような場合でもシャントの電圧もあわせて測定しておくべきである。

通電電流を大きくしながらロックインアンプで第三高調波電圧の測定を行うことで  $V_3-I_0$  特性を得ることが出来る。ロックインアンプには input A にコイルの両端の電圧が、Ref In にファンクションシンセサイザーからの交流電流の 3 倍の周波数の参照信号が入力されている。ロックインアンプは input A に入力された信号の中から Ref In に入力された周波数の信号のみの測定でき、したがって例えば、ノイズが多い信号からでも目的の信号のみを検出して測定することが可能である。この場合、Ref In には交流電流の 3 倍の周波数の参照信号が入力されているため、ロックインアンプは入力されたコイルの電圧の 3 倍の周波数成分、つまり第三高調波電圧が測定される。このように、ロックインアンプを使用することでノイズに埋もれた信号の中から精度よく第三高調波電圧を測定することが可能となる。また、近年、新技術（特許出願中）の開発により大幅にノイズを減らすことが可能となり、さらに高精度の測定が可能となった<sup>\*2</sup>。なお、高磁界などでは  $J_c$  が大幅に低下しており、信号が極端に弱く測定が困難になる。このような場合はロックインアンプの時定数を数秒程度と長めに取り、十分信号が安定するのを待って測定を行うことで、第三高調波電圧を検出できる場合もある。

以上のように測定を行うことで、YBCO coated 線材の臨界電流特性が得られる。ここでは、さらに比較のために四端子法、SQUID を用いた磁化緩和法による測定も併せて行った。なお、磁化緩和法による測定で得られた電界の値は形状による影響を考慮した補正を行ってある（??参照）

## 3.2 実験結果

交流電流の周波数を 75 Hz から 10 kHz までの間で変化させ、電界領域を変化させながら  $V_3-I_0$  特性を測定し、 $E-J$  特性の評価を行った。外部直流磁界は  $c$  軸に平行に印加し、最大 7 T まで印加した。温度は 77.3 K で、安定性は通電開始時で概ね  $-0.1$  K 以内、通電終了時で流した電流の大きさによっては 0.2 K 程度の温度上昇が見られた。

0.5 T より低い磁界では  $J_c$  が高く、第三高調波電圧が発生するためにはより強い電流を流す必要がある。したがって、サンプルによっては測定が行えない場合があった。また、測定可能な場合でもコイルの発熱により無視できない温度上昇が起こる場合がある。そのような場合は、 $V_3-I_0$  特性のある一点を測定するごとに通電をストップし、温度が落ち着いてから次の一点を測定するとい

<sup>\*2</sup> 修論執筆時点では特許出願直後で、箝口令が敷かれており多くを語ることはできない。しかし、この新技術により従来 30  $\mu$ V 程度あったノイズレベルを 1  $\mu$ V 以下にまで押さえ込むことが可能となった。

う手法をとった。これにより、従来より低い磁界 (高  $J_c$ ) でも温度上昇による影響を極力さえた測定が可能となった。

### 3.2.1 $V_3-I_0$ 特性

図 3.3 は実際に測定された  $V_3-H_m$  特性の一例である。図 3.3(a) は外部磁界依存性を示す。 $c$  軸に平行に印加された外部直流磁界を 7 T まで増加させながら測定を行った。磁界が高くなればなるほど、第三高調波電圧の立ち上がり点が早くなっていることが分かる。これは、磁界の増加によって  $J_c$  が低下し、交流磁界に対してより早く遮蔽電流の非線形応答が生じたということを示す。また、高磁界側になればなるほど波形が寝ている。これは、 $J_c$  の低下により、サンプルを流れる遮蔽電流の総量が減少し、結果としてピックアップコイルに誘導される電圧も弱くなったことによる。とくに 4 T 付近以降で見られる波形の傾向は、第三高調波電圧誘導法による測定結果では良く見られる典型的な波形である。臨界状態モデルを仮定した解析では、測定された  $V_3-I_0$  特性において、第三高調波電圧がある閾値に達した時を第三高調波電圧の立ち上がり点とし、その時の電流  $I_{c0}$  を (2.21) 式に用いることで  $J_c$  を決定する。

図 3.3(b) は 77.3 K(液体窒素中)、0T での  $V_3-I_0$  特性の周波数依存性を示す。交流磁界の周波数を変化させる事はつまり、サンプル内に発生する電界の大きさを変化させることになる。例えば  $E-J$  特性は  $E \propto J^n$  と簡単に表すことができ、したがって電界領域によって対応する  $J_c$  は異なる。つまり、電界領域が違えば  $J_c$  も当然異なってくる。図 (b) では周波数が高くなればなるほど波形が寝てくる、つまり立ち上がり点が高  $I_0$  側にシフトしていく。これは、周波数が高くなることで内部で発生する電界が大きくなり、結果的に対応する  $J_c$  も高くなったためである。なお、第三高調波電圧は周波数に比例するため、条件をそろえるために縦軸は周波数で規格化してある。図 (b) において、ある閾値で立ち上がり点を決定することで  $J_c$  が求まり、(2.22) 式より電界求まるため、 $E-J$  特性を得ることができる。このような測定を他の磁界でも同様に行うことで様々な磁界での  $E-J$  特性を評価できる。なお、後に示すように、今回の実験での周波数領域で得られる電界領域は四端子法と磁化緩和法の間付近で、四端子法や磁化緩和法では測定が困難な領域となる。四端子法や磁化緩和法のようなこれまで一般に行われてきた手法では困難な領域での特性を容易に評価できることも第三高調波電圧誘導法の特徴の一つである。

### 3.2.2 $E-J$ 特性

図 3.4 は #1 から #4 までのサンプルで測定された  $E-J$  特性を示す。第三高調波電圧誘導法による  $E-J$  特性の他に、比較のために四端子法及び、SQUID による結果も併せて示す。なお、#1、2、3 においては磁化緩和法による測定が行えなかったため、磁化のヒステリシスの幅から算出した  $J_c$  を使用した。電界は測定が行えたより低磁界での  $E-J$  特性における、緩和のスタート時の電界の値を用いた。第三高調波電圧誘導法による結果が四端子法と SQUID を用いた測定結果のちょうど中間の電界領域にあることが分かる。今回四端子法の測定に用いたサンプル、装置では概ね

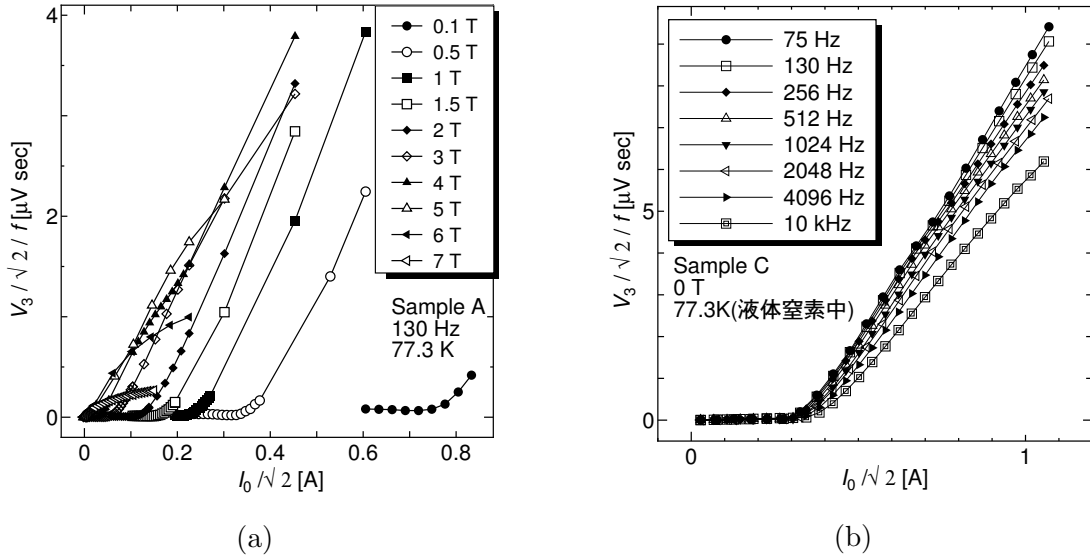


図 3.3  $V_3$ - $I_0$  特性 (a) 磁界依存性 (b) 周波数依存性

$10^{-4}$  V/m の電界領域が限界で、それ以下の電界領域はノイズレベルとなる。四端子法においては端子間距離を広げることで感度を上げることが可能となるが、第三高調波電圧誘導法ではさらに 2 ~ 3 桁、磁界によっては 4 桁近く低い電界領域まで測定することができた。したがって、特に磁界中での測定を考えた場合スペースの問題もあり、この電界領域の測定は四端子法では困難であるといえる (さらに付け加えると、端子間を広げれば広げるほど測定される  $J_c$  は長さ方向に平均化され、位置的な分解能が低下する。)。SQUID による測定では、理論的にはより高速に磁界をセットし直ちに測定を開始することでより高い電界領域まで測定できるものと思われる。しかしながら実際には、磁界のセットや測定にはある程度時間が必要で、また緩和開始直後は最も緩和が激しいことから、これ以上高い電界領域での測定は困難であるといえる。このように第三高調波電圧誘導法では、四端子法などでは測定が困難な電界領域の測定が可能である。

### 3.3 結果及び検討

#### 3.3.1 コイルファクターの補正

前節で示したように、第三高調波電圧誘導法によって、他の方法では測定が困難な電界領域での  $E$ - $J$  特性を容易に測定することが出来た。しかし、一見して分かるようにどのサンプルにおいても  $E$ - $J$  特性が過大評価となっている。この過大評価が磁束線の可逆運動によるものであるが、コイルの巻き乱れによる影響だとする考え方もあるかもしれない。実際、解析に使用したコイル定数は数値計算で得られたものなので、コイルが想定した特性を持たない場合異なった  $J_c$  を得ることになる。そこで、第三高調波電圧誘導法の解析で使用するコイル定数に、数値計算によるものではなく、四端子法による結果に一致するようなコイル定数を用いた。その結果を図 3.5 にしめす。補正は具体的には、四端子法の 0.5 T での  $E$ - $J$  特性に合うように (#3 のみ 1 T で) 行った。補正を

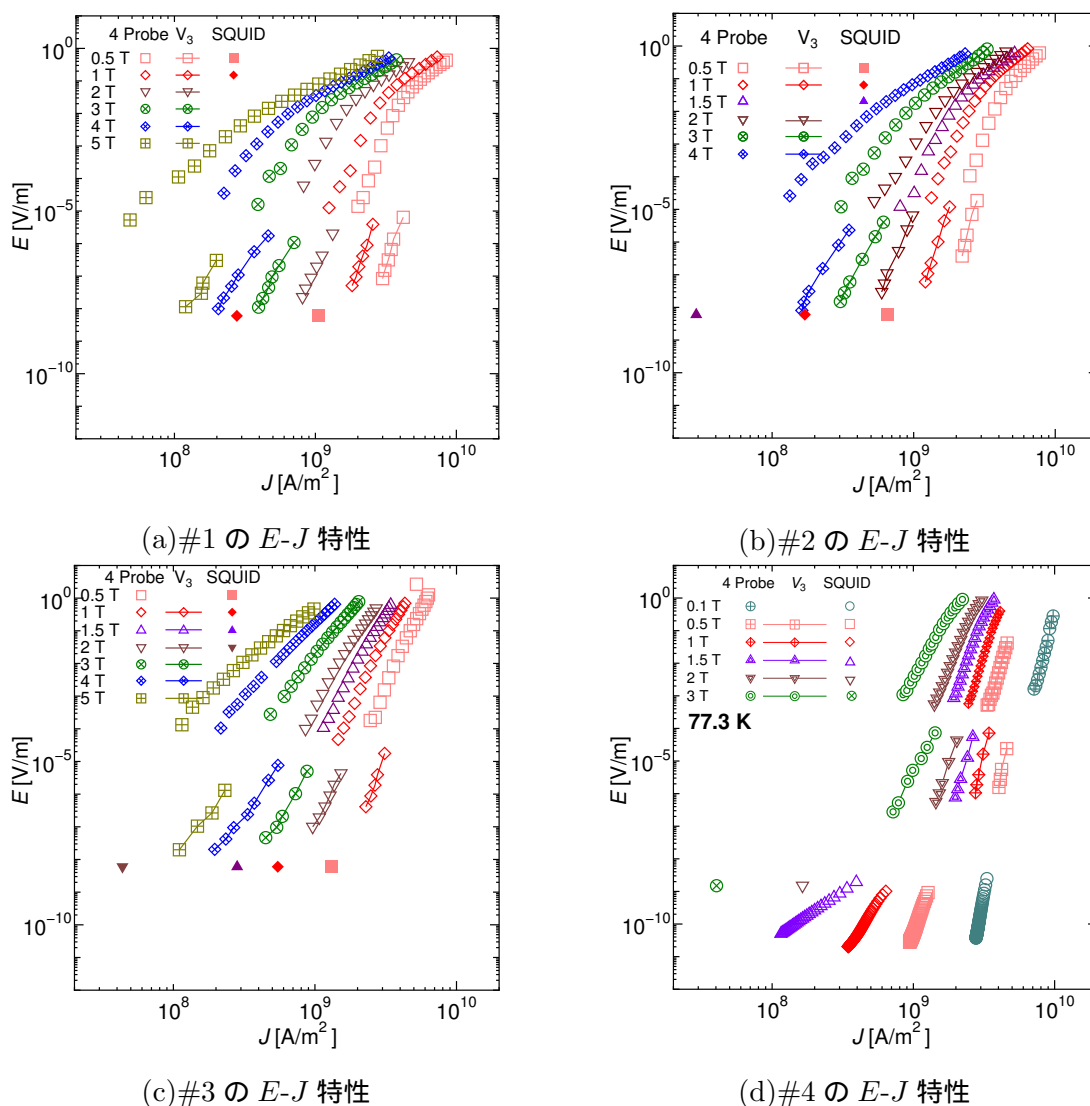
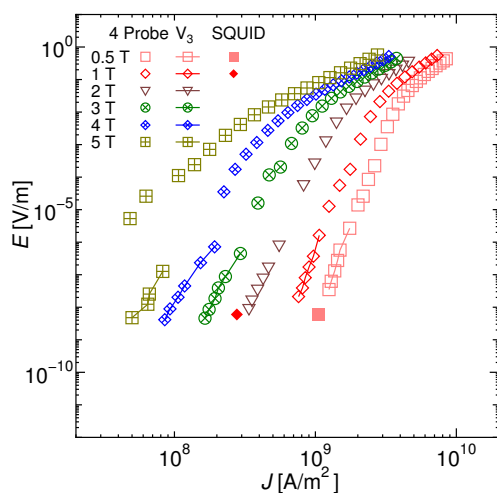


図 3.4 各サンプルの 77.3 K での  $E$ - $J$  特性の比較

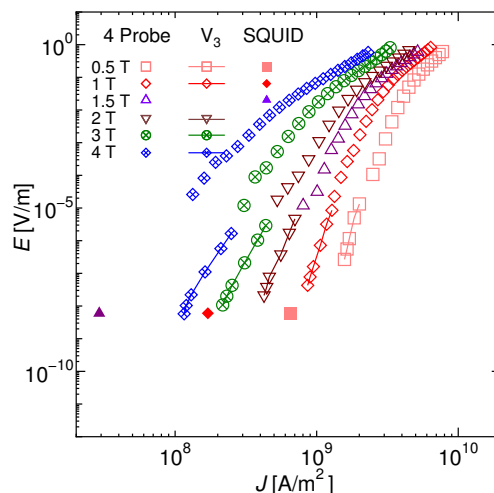
行った 0.5 T 付近の磁界では四端子法の結果ともよく一致しているが、高磁界側ではずれたままである。また、四端子法の結果に合わせるために使用したコイル定数そのものも表 3.3 にあるようにサンプルによって異なるものとなっている。実験では、どのサンプルでも同じコイルを使用しているため、コイル定数のずれが原因ならすべて同じコイル定数となるはずで、異なるのはおかしい。これは、過大評価の原因はコイル定数のずれではないことを表している。したがって、あるサンプル、ある磁界でコイル定数を校正したとしても他のサンプルや磁界での測定に用いることは出来ない。過大評価の原因は、繰り返し述べているように、磁束線の可逆運動によるものであるからである。また、磁束線の可逆運動が無視できるバルク超伝導体の測定では、コイル定数は解析で得られた値そのまま問題ないことが分かっており、コイル定数に対して補正を施すのは適切とはいえない。

表 3.3 四端子法の結果に一致するように決定したコイル定数

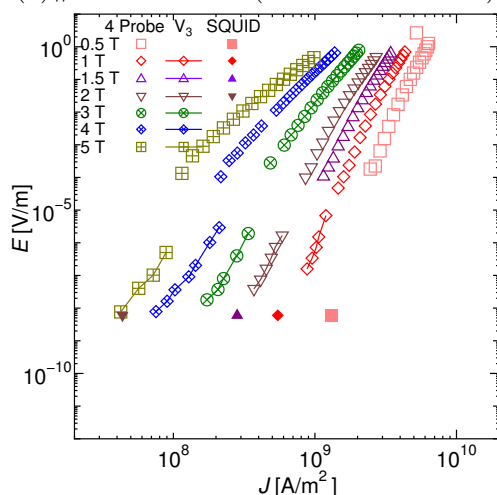
サンプル	コイル定数
#1	1749
#2	3076
#3	1656
#4	2392



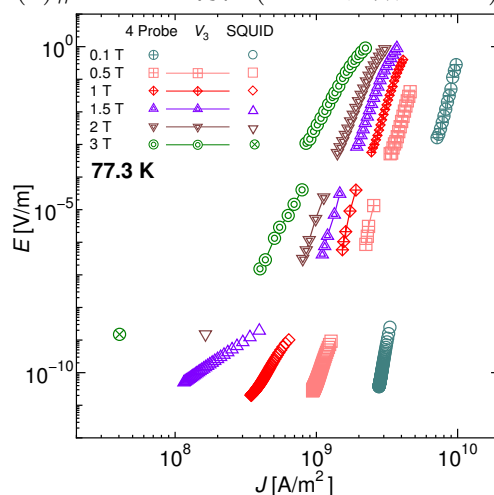
(a) #1 の  $E$ - $J$  特性 (コイル定数 = 1749)



(b) #2 の  $E$ - $J$  特性 (コイル定数 = 3076)



(c) #3 の  $E$ - $J$  特性 (コイル定数 = 1656)

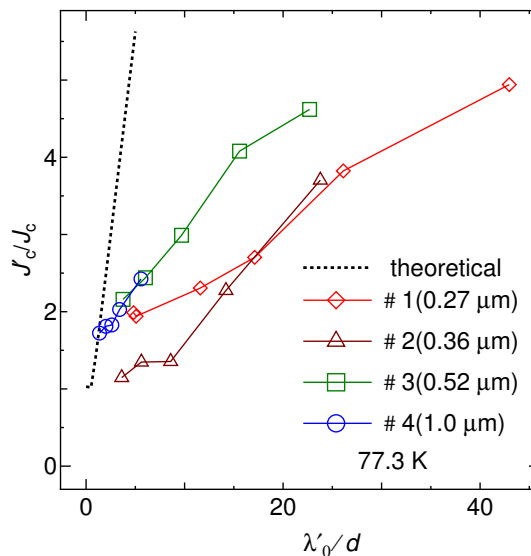


(d) #4 の  $E$ - $J$  特性 (コイル定数 = 2392)

図 3.5 コイル定数を補正した  $E$ - $J$  特性の比較

## 3.3.2 過大評価の割合

前節で述べたように、磁束線の可逆運動による過大評価はコイル定数の補正では修正できない。2章で、磁束線の可逆運動による過大評価は  $\lambda'_0/d$  が大きくなればなるほど顕著になることを示した。そこで、図 3.4 での結果から各磁界ごとに過大評価の割合を見積もり、その値が  $\lambda'_0/d$  でどのように変化するかを求めた。過大評価の割合は、具体的には  $10^{-4}$  V/m での四端子法による  $J_c$  を真の  $J_c$  とみなし、その値に対してする第三高調波電圧誘導法による  $E-J$  特性からの  $10^{-4}$  V/m の電界まで外挿して得られた、過大評価された  $J'_c$  の比とした。なお、 $\lambda'_0$  に関しては今回の実験では直接得られていないので、(1.3) 式を用いて計算で求めた。使用した  $J_c$  の値は四端子法からの外挿で得られた値である。結果を図 3.6 に示す。各解析結果と理論結果を示す。理論結

図 3.6 過大評価の割合の  $\lambda'_0/d$  依存性

果は図 2.22 の  $V_3-H_m$  特性において、鎖線で決定した第三高調波電圧の立ち上がり点が、臨界状態モデルを仮定した点からどれだけずれるかを示す。例えば、 $\lambda'_0/d = 3$  の場合第三高調波電圧は  $H_m = 3.5 \times 10^4$  A/m 付近でしきい値に達しているため、ここが立ち上がり点となり、従って過大評価の割合は 3.5 となる。

どのサンプルにおいても  $\lambda'_0/d$  が大きくなればなるほど過大評価の割合が増加しており、2章の理論結果と定性的に一致した。一方で定量的には理論結果と大きな開きがある。この原因は現在検討中であるが、ひとつには、単純化した Campbell モデルを用いたことが考えられる。2章で磁束線の可逆運動を考慮した第三高調波電圧の解析を行ったが、使用したモデルは単純化した Campbell モデルである。具体的には変位復元力特性が異なり、本来の図 1.6 のような Campbell モデルに対して、単純化した Campbell モデルでは図 2.11 のように単純化されたものとなっている。したがってより正確な解析にはオリジナルの Campbell モデルを用いた解析が必要であるとい

える。しかしながら、オリジナルの Campbell モデルを用いた解析は容易ではなく、今後の課題である。



## 第4章

# 第三高調波電圧のコイル位置依存性

これまで有限要素法などの数値シミュレーションによってしか検証されていなかった、第三高調波電圧のコイル位置依存性の実験による検証を行った。有限要素法による解析は河野ら [4] によって行われた。その結果を以下にまとめる。

- 直径 5 mm のコイルを 10 mm×10 mm の薄膜サンプルの中央に設置し、一方の幅を徐々に狭めながら第三高調波電圧の解析を行った。その結果、例えばコイル-サンプル間距離が 0.2 mm の場合幅が 6 mm までなら、立ち上がり点への影響がないことが分かった。言い換えると、コイル径の 1.2 倍以上サンプル幅があれば、正確な測定が可能であるといえる。
- 幅依存性の場合と同様に、直径 5 mm のコイルを 10 mm×10 mm の薄膜サンプルの中央に設置して、コイル-サンプル間距離を 0.2 mm から 2 mm まで徐々に離しながら測定を行った。その結果、2 mm 離しても 8.3 mm 以上幅があれば測定に影響ないことが分かった。距離を離すことで、距離の微妙なぶれによる影響を減らすことができると予想されるが、実際、0.1 mm の変動を与えた場合の影響は、距離を離すことで減少させることができた。しかし一方で、コイルに通電する電流を大幅に増やす必要あり、実際とかけ離れた状態になっている可能性がある。

以上の結論は、あくまで数値シミュレーションによる結果であり、実際の実験による検証が不可欠である。特に、コイル-サンプル間の距離依存性では、端の影響が出る前に感度の低下によって測定が出来なくなる可能性も考えられる。同様に、コイル電流もシミュレーションのように制限なく流せるわけではなく、発熱などの影響を考えるとその大きさは大幅に制限されることとなる。このような限界は実験固有のもので、これは実験によって明らかにする必要がある。

本章では、上記のシミュレーションと同様の内容を実験することで、その結果の検証を行った。なお、幅依存性の検証に関してはコイルをサンプル中央からずらすことで行った。

表 4.1 コイルの諸元

線径	50 $\mu\text{m}$
巻き数	500
内径	2.1 mm
外形	5.1 mm
高さ	1.55 mm
サンプルとの距離	0.15 mm
コイル定数	65715 $\text{m}^{-1}$

## 4.1 実験

サンプルは 3 章での #4 を用いた。横位置依存性の測定は 85.0 K、0 T で行い、距離依存性は 77.3 K、1 T ~ 5 T までの磁界範囲で測定を行った。

使用したコイルは表 4.1 の通りである。本実験ではサンプルからコイルを離しながら測定を行うため、初期状態でのコイル- サンプル間距離 (ボピンの底板) は 0.15 mm とできるだけ近づけてある。

### 4.1.1 横位置依存性

この測定では磁界を印加する必要がないため、窒素中での測定も検討したが測定も検討したが、77.3 K、0 T での  $J_c$  が高く測定を行うことができなかった。とくに、今回のコイルは 50  $\mu\text{m}$  線を使用していることから、最悪の大電流によってコイルが破損する可能性がある。そこで、より高温での測定を行った。この場合温調の必要が生じるため、温調のために OXFORD 社製の 14 T 超伝導マグネット (以下 OXFORD) を使用した。ただし、磁界を印加する必要はないため内デュアーへは液体ヘリウムの代わりに液体窒素を入れて使用した。もともと、OXFORD はヘリウムを用いたガス冷却を想定しているため、粘性の大きい窒素による冷却はヘリウムによる冷却とは勝手が異なる。特に内デュアーから内挿デュアーへのガスの流れが非常に悪く、内デュアーの出口を軽く塞いで若干圧がかかるようにする必要があった。どうしてもガスが流れない場合は内挿デュアーからポンプで引くような手段も有効である (ただし、内挿デュアーに液体窒素が入ることがあるので注意が必要)。

図 4.1 に測定部の概略図を示す。コイルをサンプル中央においた状態を初期状態とし、ここから端に平行にコイルを移動しながら第三高調波電圧の測定を行った。移動の最大距離は、コイルが半分サンプルからはみ出す 5 mm である。この状態では、確実に端の影響が出ているはずである。

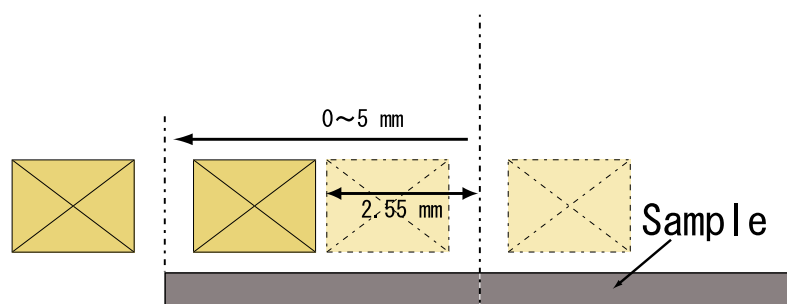


図 4.1 横位置依存性の測定の概略図

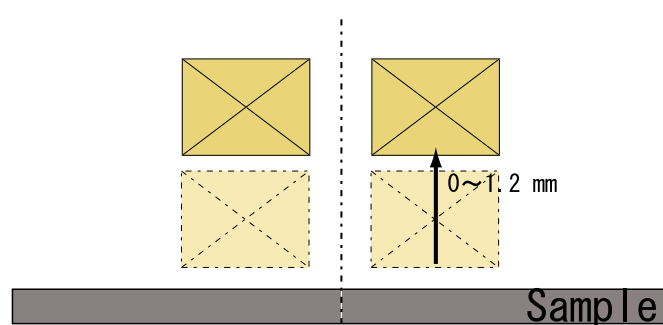


図 4.2 コイル-サンプル間距離依存性の測定の概略図

#### 4.1.2 コイル-サンプル間距離依存性

コイルとサンプルの間にスペーサーを挟むことで、間の距離を広げながら測定を行った。コイルのボビンの底板が 0.15 mm あり、合計で最大 1.21 mm 離して測定を行った。測定は 77.3 K、外部磁界を変化させながら測定を行った。

## 4.2 実験結果、及び検討

### 4.2.1 横位置依存性

サンプルの位置をずらしながら測定を行った。結果を図 4.3 に示す。1 mm ずれた段階では波形にずれは見られないが、2 mm 以降波形が急激に変化していくことが分かった。FEM による実験結果ではコイルの 1.2 倍あれば測定可能で、これはズレで言うと 2 mm のズレに相当する。このように、予想よりずれが早くなった原因は現在検討中であるが、例えばサンプルの端の  $J_c$  が低かっただけという可能性もあり、更なる実験による検証が必要である。とくに 1 mm→2 mm の間をさらに細かく精度良くとる必要があると思われる。この部分のさらに細かい検証は「柴田雅大 2004 年度卒業論文」を参照。

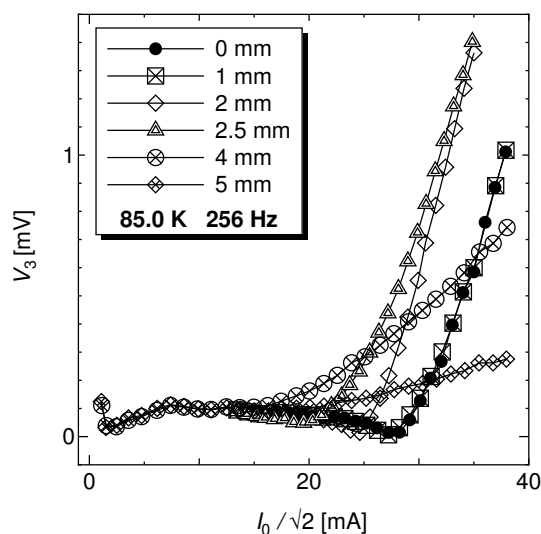


図 4.3 第三高調波電圧の横位置依存性

#### 4.2.2 コイル-サンプル間距離依存性

$J_c$  スペースをはさんで、コイル-サンプル間距離  $h$  を変化させながら測定を行った。結果を図 4.4 に示す。1.21 mm で許容できる発熱内で流せる電流の上限まで流すことで、第三高調波電圧の立ち上がりを観測することが出来た。

このデータを解析して、正しい解析結果が得られるかが重要な点である。そこで、各磁界ごとに 0.15 mm の時の  $J_c$  の解析結果に対する割合を比較した。なお  $J_c$  の解析には (2.21) 式を用い、コイル定数は各距離ごとに数値計算によって求めた (表 4.2)。 $J_c$  そのものは磁束線の可逆運動により過大評価となるが、同一磁界中、ある距離での  $J_c$  に対する割合を比較する限り問題はない。結果を図 4.5 に示す。どの磁界においても距離 0.24 mm までは 0.15 mm の場合と同様な結果を得ることが出来た。しかし、距離が 0.68 mm を超えると  $J_c$  を高めに評価してしまう傾向が見られ、その傾向は特に高磁界側で顕著になった。

端の影響が現れる場合、第三高調波電圧は早めに立ち上がることになるため、 $J_c$  は低めに評価されることとなる。したがって、0.68 mm 以降で  $J_c$  が高めに見積もられた原因は端の影響ではない。実際、有限要素法によるシミュレーション結果では 2 mm 離しても端の影響が出る事はなかった。

特に高磁界の第三高調波電圧が弱い領域でとくにズレが大きいことから、この原因は閾値の決め方によるものと考えられる。この実験でも  $J_c$  を見積もる際に使用する第三高調波電圧の立ち上がり点は、第三高調波電圧がある電圧に達したところを閾値として決定している。したがって、第三高調波電圧の波形の傾きが小さい場合立ち上がり点が高めに決定される。通常は、閾値電圧を十分低くすることでこの影響を小さくすることができるが、この場合ノイズレベルが高く十分小さい閾値電圧を用いることができなかった。近年、技術的な改良によりノイズを容易に減らすことが可能

表 4.2 各距離ごとのコイル定数

距離	コイル定数
0.15 mm	65715
0.23 mm	59010
0.68 mm	36628
1.21 mm	21588

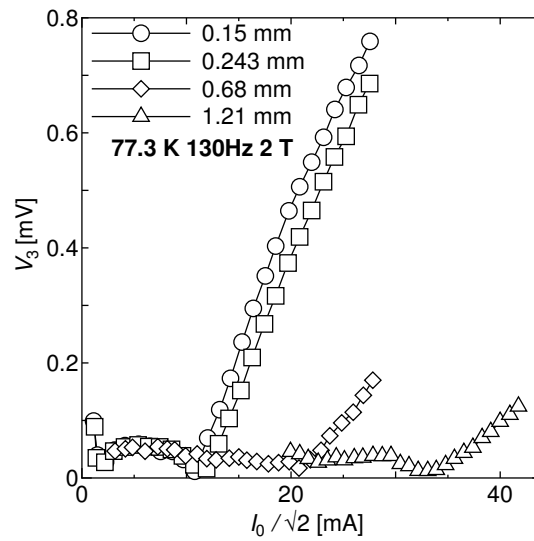


図 4.4 コイル-サンプル間距離を変えながら測定した  $V_3$ - $I_0$  特性

になったため、実際には 1.21 mm 程度離しても測定が行える可能性もある。詳細な見積もりは今後の課題である。

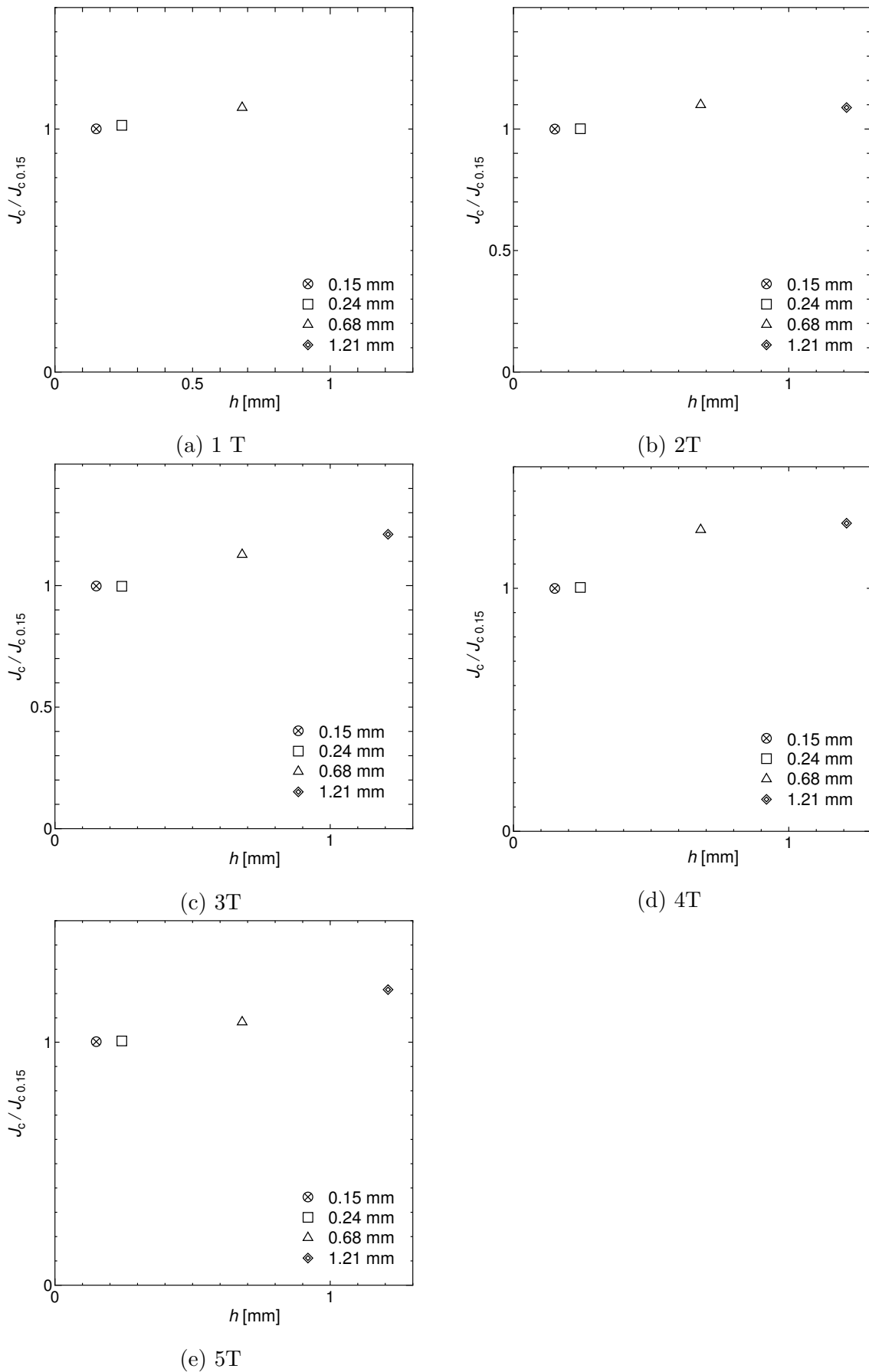


図 4.5 各距離ごとの  $J_c$  測定結果の比較 (1 T ~ 5 T)

## 第 5 章

# 結論

YBCO coated 線材のオンライン測定法として期待される第三高調波電圧の実用化を目指して、現在指摘されるいくつかの問題点について実験、及び理論的な検討を行った。以下にまとめる。

- 最近明らかになった、磁束線の可逆運動が第三高調波電圧に及ぼす影響について研究を行った。単純化した Campbell モデルを用いて第三高調波電圧を理論的に解析し、磁束線の可逆運動が第三高調波電圧に対して大きな影響を及ぼし、 $\lambda_0'/d$  が大きくなればなるほど過大評価の割合が増加することを理論的に明らかにした。
- 単純化した Campbell モデルを用いた解析で得られた理論結果を実験によって検証した。厚さや  $J_c$  の異なる複数のサンプルで、様々な磁界下での  $E$ - $J$  特性を評価し、過大評価の割合を調べた。 $\lambda_0'/d$  が大きくなればなるほど過大評価の割合が増加し、理論結果を定性的に説明することができた。
- コイルの位置、およびサンプルとの距離が第三高調波電圧に与える影響を実験で検証した。横位置ズレについては、有限要素法による予想より早い段階から第三高調波電圧にズレが見え始めた。距離は 1.2 mm 以上離しても第三高調波電圧を測定することができた。しかしながら、測定された  $J_c$  は、基準となる 0.15 mm での測定結果に比べて 1 割程度過大評価となった。ただし、この過大評価は閾値を十分低くとれなかったことが原因と考えられ、より精度の高い測定を行うことで解消できると考えられる。

単純化した Campbell モデルによる磁束線の可逆運動が第三高調波電圧に与える影響については、定性的には説明できたものの定量的な説明には至らなかった。この原因の一つは、単純化した Campbell モデルを用いたことがあげられる。今後、オリジナルの Campbell モデルを用いた解析を行う必要がある。また、計算で用いた  $\lambda_0'$  が実測値でないことも原因の一つと考えられる。例えば、第三高調波電圧の磁界依存性では、磁界が増加するにつれて立ち上がり点が低電流側にシフトしていた。一方で、理論結果によると第三高調波電圧は  $J_c \lambda_0'$  で立ち上がるため、実験結果のようなスムーズに立ち上がり点がシフトすることは説明できない(前後関係が逆転する可能性もある)。以上の問題点の解決が今後の課題である。

コイルの位置依存性は、より精度よく想定する方法が考えられたためいくつかの問題点は解決できる見込みである (柴田雅大 2004 年度卒業論文参照)。



# 謝辞

本研究を行うにあたり、多大な御指導、助言を頂いた松下照男教授に深く感謝致します。また、非常に有益な講義、また研究のほかにも人としてのあり方まで説いていただいた小田部荘司助教授、実験や論文作成などにあたっていろいろな助言をしていただいた木内勝助手、解析プログラムで強力にサポートしてくれた柴田君、その他の松下、小田部研究室の皆様にご深く感謝いたします。ありがとうございました。

## 参考文献

- [1] T. Muroga, T. Watanabe, S. Miyata, H. Iwai, Y. Yamada, T. Izumi, Y. Shiohara, T. Kato, H. Sasaki, Y. Sugawara, T. Hirayama, *Physica C* **412–414** (2004) 807.
- [2] 超電導応用基盤技術研究開発: [http://www.nedo.go.jp/nencho/pro\\_pdf/OYO\\_kihon.pdf](http://www.nedo.go.jp/nencho/pro_pdf/OYO_kihon.pdf)  
mirror: ~/fukumoto/syuron/paper/doc/OYO\_kihon.pdf
- [3] Y. Fukumoto, M. Kiuchi, E. S. Otabe, T. Matsushita, H. Sawa, M. Inoue, T. Kiss, Y. Iijima, K. Kakimoto, T. Saitoh, *Physica C* **412** (2004) 1036.
- [4] 河野 一平、九州工業大学卒業論文 (2004).
- [5] 松下 照男; 磁束ピンニングと電磁現象.
- [6] 松下 照男, 長村光造, 住吉文夫, 圓福 敬二; 超伝導応用の基礎.
- [7] H. Yamasaki, Y. Mawatari, Y. Nakagawa, *Physica C* **405** (2004) 148.
- [8] T. Nadami, E. S. Otabe, M. Kiuchi, T. Matsushita, Y. Mawatari, H. Yamasaki, Y. Nakagawa, submitted to *Physica C*.