# **QMG**法による**Y-123**バルク超伝導体の交流通電損失測定

桑原 貴

2004年3月24日

電子情報工学科

# 目次


**第 1 章　序論** **1**

1.1　はじめに . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1

1.2　Y-123 超伝導体 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2

1.3　限流器 (Fault current limiter) . . . . . . . . . . . . . . . 3

1.4　交流損失 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

1.5　実験の目的 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4

**第 2 章　実験** **6**

2.1　試料 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

2.2　超伝導トランス . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 6

2.2.1　1000 A 級伝導冷却型超伝導トランスの概要[1] . . . . 7

2.3　サンプルホルダー . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10

2.4　温度計測 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 10

2.5　交流四端子法による交流損失測定 . . . . . . . . . . . . 10

2.6　キャンセルの方法[2] . . . . . . . . . . . . . . . . . . 11

**第 3 章　実験の結果と解析** **15**

3.1　実験結果 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15

3.2　有限要素法[4] . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 15

3.3　磁気ベクトルポテンシャル法 ($\vec{A}$ - $\phi$ 法) を用いた方程式 . . . 17

3.4　有限要素法による数値解析 . . . . . . . . . . . . . . . 19

**第 4 章　結論と今後の課題** **24**

4.1　結論 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 24

4.2　今後の課題 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 24

**参考文献** **26**

# 図目次

1.1　低温における超伝導体の抵抗の消失。 . . . . . . . . . . . . . . . 2

2.1　試料。 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 8
2.2　1000 A 級伝導冷却型超伝導トランスの概略図。 . . . . . . . . 9
2.3　1000 A 級伝導冷却型超伝導トランスのサンプルホルダー部分。 12
2.4　交流損失測定回路。 . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 12
2.5　キャンセル . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 14

3.1　各周波数における損失の温度依存性 . . . . . . . . . . . . . . . 16
3.2　FEM における試料のモデル . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 20
3.3　77K における FEM による解析結果と実験の結果の比較 . . . 22
3.4　超伝導体内部の磁束分布の様子 . . . . . . . . . . . . . . . . . 23
3.5　拡大した超伝導体内部の磁束分布の様子 . . . . . . . . . . . . 23

# 第 1 章 序論

## 1.1 はじめに

1911 年オランダの H. Kamerlingh Onnes は水銀の電気抵抗が約 4 K で突然ゼロになるという現象を発見し、これを超伝導現象と名付け、このような常伝導状態から超伝導状態に転移する温度を $T_\mathrm{c}$ と定義した (図 1.1)。それ以後、金属や合金などの様々な超伝導体が発見され、実験的・理論的研究がなされてきた。1957 年には超伝導発現機構を説明する BCS 理論が登場し、これ以降、超伝導の研究は目覚ましい進歩を遂げ様々な応用化が期待された。現在、既に実用化されているものとしては、医療用 MRI や産業用超伝導マグネット、高精度磁気センサーなどが挙げられるが、これらに使われている超伝導体は金属超伝導体であり $T_\mathrm{c}$ が低く冷却コストがかかる。

そこで、現在、注目されているものが酸化物超伝導体の実用化である。この酸化物超伝導体は高温超伝導体と呼ばれ、1986 年、スイスで発見され、現在までに $T_\mathrm{c}$ が 130 K を越える物質も発見されている。これらの高温超伝導体の多くは液体窒素の沸点 (77.3 K) を大きく越えた $T_\mathrm{c}$ を持つ。そのため、酸化物超伝導体は金属超伝導体と比べ高い温度で使用できるため、冷却コストが削減できたり、冷却コストを含めて小型軽量化が可能となるという利点がある。

酸化物超伝導体の中でも Bi 系超伝導体は、$c$ 軸方向に比べて $a$-$b$ 平面内の結晶成長が著しく早いことから、容易に薄い板状結晶が得られることが経験的に知られている。よって超伝導状態で流し得る最大の電流密度である臨界電流密度 $J_\mathrm{c}$ の低減の原因となる結晶粒間の弱結合の影響が少なく、かつ線材化が容易なことからマグネットなどの線材として使用されているが、高温領域ではわずかな磁界の下でも $J_\mathrm{c}$ が減少するという欠点がある。これは、量子化磁束がローレンツ力により動こうとするのを止める力 (ピンニング力) が弱いことに起因している。

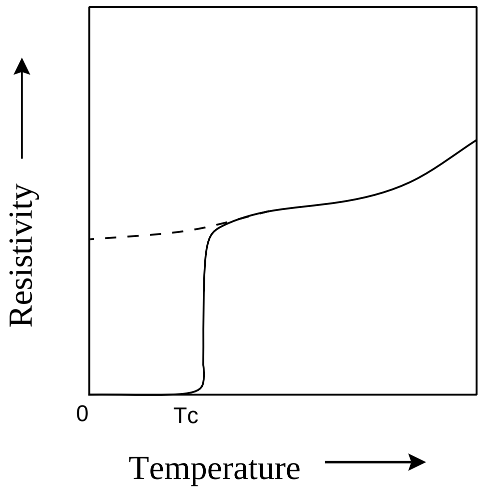


図 1.1. 低温における超伝導体の抵抗の消失。

一方、Y 系超伝導体はピンニング力は強いが、結晶軸の配向性が悪いことから結晶界面である弱結合の影響を大きく受けるという問題がある。そこでこの問題点を解消するために熔融法が用いられた。熔融法による Y-123 超伝導体は高磁界下でも高い電流密度で大電流を流すことができ様々な応用が期待されている。

## 1.2 Y-123 超伝導体

Y 系超伝導体はピンニング力は強いが、結晶軸の配向性が悪いことから結晶界面において弱結合の影響を強く受けるという問題がある。そこでこの材料内から弱結合性をもった結晶界面を排除するために、熔融法が用いられる。この方法は全体を一つの大きな Y-123 粒とする方法である。最初に熔融プロセスを Y 系に用いた方法として MTG(Melt-Textured Groth) 法がある。MTG 法は、Y:Ba:Cu=1:2:3 に配合された仮焼粉を 1300 °C 程度まで過熱し、温度勾配をつけながら徐冷する。この方法により、焼結法の問題点である弱結合を解消すると共に、温度勾配下で凝固することによって配向性が向上させることができる。しかし、数 10 $\mu$m の粗大な常伝導相 (211 相) 粒が存在するためピン止め効率が悪く、超伝導電流の妨げになるためこの粗大な 211 相を改善する必要があった。そこでそれを改善するためにとられた方法が QMG(Quench and Melt Growth) 法 [?] である。QMG 法は MTG 法に Quench(急冷) という過程を加えて改良したもので、この急冷過程によってできる微小な $Y_2O_3$ を核として微細な 211 相を晶出させ、その

後、1~20 °C/h の冷却速度で徐冷する。この方法により、MTG 法と比べ微細な 211 相ができ、ピン止め効率が向上する事できた。また、211 相の微細化はクラックの発生を抑える効果もある。この製法による QMG 材は高磁界下でも高い電流密度で大電流を流すことが可能であり、様々な応用が期待されている。

### 1.3　限流器 (Fault current limiter)

現在日本の電力需要は伸び続けており、コンピュータ等の高度情報化の進展に伴う電力供給の信頼度の向上が求められている。しかし電力系統の拡大・複雑化に伴い雷などに起因して電力系統に発生する事故電流は増加傾向にあり、それに伴って事故を除去する電力機器の取り替えや系統の構成の変更が必要になってくる。この問題の解決のために限流器を用いて電力機器の取り替えなどを極力抑制することが試みられ、様々な限流器の開発が行われている。限流器とは通常はほとんど損失なく電流を流し、定格電流以上の過電流、故障電流が電力系統に流れこもうとすると特定の部分の回路パスを開放し、それらが治まるとすみやかにパスを短絡させる機能をもった素子のことである。限流器には超伝導体を用いた限流器も開発されており、酸化物超伝導体を用いた限流器には主に磁気遮蔽型と抵抗型の二つの型がある。まず磁気遮蔽型とは、超伝導円筒の磁気遮蔽効果を利用して、超伝導円筒の外側にあるコイルのインダクタンスを変化させることにより限流する方式である。また抵抗型とは、通常は超伝導状態で抵抗がほぼゼロであるが、超伝導体に臨界電流 ($I_c$) を越える電流が流れたときには、常伝導状態に転移し抵抗を発生してそれにより限流する方式である。最近では、 酸化物超伝導体薄膜を用いた抵抗型の限流器も開発されている。薄膜限流素子は臨界電流が小さく大容量化には大面積化が求められ、大電流化や高電圧化には多並列化・多直列化しなければならない。そこで、臨界電流の大きいバルク酸化物超伝導体を用いたものが限流器の候補として考えられている。このバルク酸化物超伝導体を用いた限流器の問題の一つは、大電流を通電するため超伝導状態から常伝導状態へ抵抗転移したときのジュール熱による超伝導体の可塑的損傷が挙げられる。この問題を解決するために超伝導体を金属被覆することが考えられた。これにより、焼損の問題は大幅に改善されたが、金属被覆は単位長さ当りの抵抗率を減少

させるため、限流器としての機能を低下させてしまう。しかし、これに関しては形状をミアンダ形状にすることにより抵抗を大きくすることができる。

一方で、実際の応用において交流電流を通電するため、1.4節で述べる交流損失が問題になり、交流損失の低減が求められる。従って交流損失を正確に測定し、理論による予測値と比較し、それらの結果を限流器設計に役立てることが求められている。

### 1.4　交流損失

直流定常状態において超伝導体は$I_c$以下の電流を無損失で流すことができるが、交流もしくは変動する直流電流であれば$J_c$以下であっても損失は生じる。このような損失が生じる理由は、交流もしくは変動する条件下においては磁束線が超伝導体内で動き、$\vec{E} = \vec{B} \times \vec{v}$で与えられる誘導起電力が生じるためである。ここでの$\vec{v}$は磁束線の速度である。すなわち、この損失の機構はohmicな常伝導金属と同様である。その損失は銅損のように交流の一周期当りの損失が周波数に比例する性質のように思えるが、実際には周波数に依存しないヒステリシス(ピンニング)損失である。実際の超伝導線材においては、シース導体内での渦電流損失や結合損失も発生するが、一般に1 kHz以下程度の周波数の交流通電損失の大部分はヒステリシス損失となることが報告されている。

また熔融法によって作られたY-123バルク超伝導体の臨界電流は数100 Aを越えているものもあり、十分な大きさの輸送電流における損失の判定は容易ではない。このような測定において、超伝導トランスは電流源として有用である。

### 1.5　実験の目的

本研究室の1000A級伝導冷却型超伝導トランスを用いて超伝導限流素子として使用が考えられるY-123バルク超伝導体の交流通電損失を測定する。このバルク材を限流素子として使用する場合、限流器の定格電流を決めるためには平常運転時の交流損失を明らかにする必要がある。また超伝導体の冷却には今のところ液体窒素または過冷却窒素による浸漬冷却が有力であるが、目的によっては冷凍機による伝導冷却も考えられることから、幅

広い温度範囲での交流損失測定が必要となる。そこで限流素子として使用が考えられるY-123バルク超伝導体の交流通電損失を40 K ～ 77 Kの範囲で測定する。一般に交流通電損失は$J_c$の磁界依存性を考慮していないBeanモデルを用いて楕円断面の場合に適用されるNorrisの式、およびそれを考慮したIrie-Yamafijiモデルを用いて円断面の場合に適用される理論結果との比較がなされてきた。しかし、実際の超伝導体は磁界依存性、形状依存性などの様々な特性を持っているのに対し、これらの理論式で損失が表現できてしまうのは問題である。そこで超伝導体の臨界電流密度$J_c$の磁界依存性、超伝導体の形状依存の影響を考慮した解析を行なう必要がある。しかし今回測定するような矩形断面試料の電磁現象を理論計算によって見積もるためには、自己無矛盾の磁束分布解を求める必要があり、非常に困難である。そこでこのような場合の電磁現象を見積もる方法の一つとして、有限要素法(以下FEM)が挙げられる。これを用いて$J_c$の磁界依存性、試料の形状依存性を考慮し、Irie-Yamafujiモデルと比較した交流通電損失の評価を行なう。電界を$E$、電流密度を$J$として、超伝導体の電流 - 電圧特性を$E = E_c(J/J_c)^n$で近似し($E_c$は$J_c$を決定する電界基準)、この電流 - 電圧特性が交流損失に及ぼす影響についても明らかにする必要があるが、今回は$n$値の測定を行なっていないため、考慮していない。なお、Beanモデルに代表される臨界状態モデルでは$n$値が無限大であり、磁束クリープの影響を全く受けないという仮定になっている。

# 第 2 章 実験

## 2.1 試料

本研究に用いた試料は新日鐵株式会社が QMG 法によって作製した Y-123 バルク超伝導体を試料として用いた。試料のサイズは 0.8mm × 2.2mm × 20mm であり、クエンチ対策として試料の上下に同じサイズの SUS を接着させサンプルホルダー上に NiCr を接着させた。77K の自己磁界中における直流臨界電流 $I_c$ は約 730 A であり、交流電流を通電させた場合の臨界電流もおよそ 700 A 程度と考えられる [3)]。試料とサンプルホルダーは図 2.1に示す。

## 2.2 超伝導トランス

超伝導体の交流機器への応用は、エネルギー、輸送システム、医療機、デバイス等、さまざまな分野での期待がよせられている。その中の一つにトランスへの応用がある。トランスは電力機器の中で最も完成度の高い装置といわれている。これを超伝導化するには経済性の確保はもとより電力系統内での他面的な運用に耐える高い信頼性が要求される。しかし、トランスに超伝導を応用した場合、トランスは静止機器であることや、交流機器中での超伝導体の電磁気的環境が模擬しやすいという利点があることから、広範囲における基礎研究が進められている。

一方で、酸化物超伝導体による液体窒素温度領域の交流導体が開発されると、機器の経済性をはじめ、電気絶縁や系統事故対策等で、金属系超伝導機器と比べると有利になる点が多い。既に本研究室でも、交流損失を測定するための交流電源として用い、Bi-2223 銀シース多芯線材を用いた冷凍機による伝導冷却型 1000 A 級超伝導トランスを作製している。

### 2.2.1 1000 A 級伝導冷却型超伝導トランスの概要 [1)]

本研究室の超伝導トランスの概略図を図 2.2に示す。このトランスの大きさは直径約 600 mm$\phi$, 高さ約 1000 mm であり、外部との熱絶縁のために装置内部は常時、真空ポンプにより高真空に保たれている。また、冷却には二台の冷凍機を用いる。この冷凍機の最低到達温度は 30 K であり、40 K における冷凍能力は 20 W である。

装置全体はステンレス製の容器となっており、熱輻射を最小に抑えるために、トランスなどの本体は厚さ 2 mm の銅製のシールドで囲ってある。銅板は酸化すると接続部で熱伝導性が悪くなるので、銀メッキされている。このシールドはトランスを冷却する冷凍機に接続されていて、トランスと共に冷却される。また、もう一台の冷凍機を用いサンプルホルダーを冷却する。さらに、冷却の安定性のために、エンボス付きと無しの SI(Super Insulation) フィルムを交互に合計で 20 枚の層にして、銅シールドを囲っている。

二次側に流れている電流はあらかじめ更正した装置内部のロゴスキーコイルに誘導される電圧から次のように求めることができる。

$$I_2 = \frac{V}{2\pi f M} \tag{2.1}$$

ただし、$V$ はロゴスキーコイルの電圧であり、$f$ は通電周波数、$M$ は相互インダクタンスであり、本装置では $M = 0.62519\ \mu$H となっている。

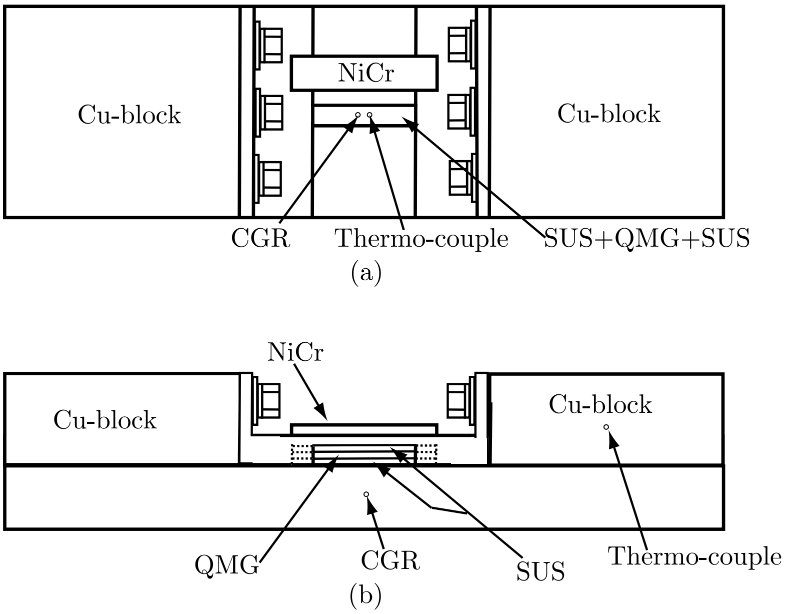
Cu-block
NiCr
Cu-block
CGR
Thermo-couple
SUS+QMG+SUS
(a)
NiCr
Cu-block
Cu-block
QMG
CGR
SUS
Thermo-couple
(b)

図 2.1. 試料。

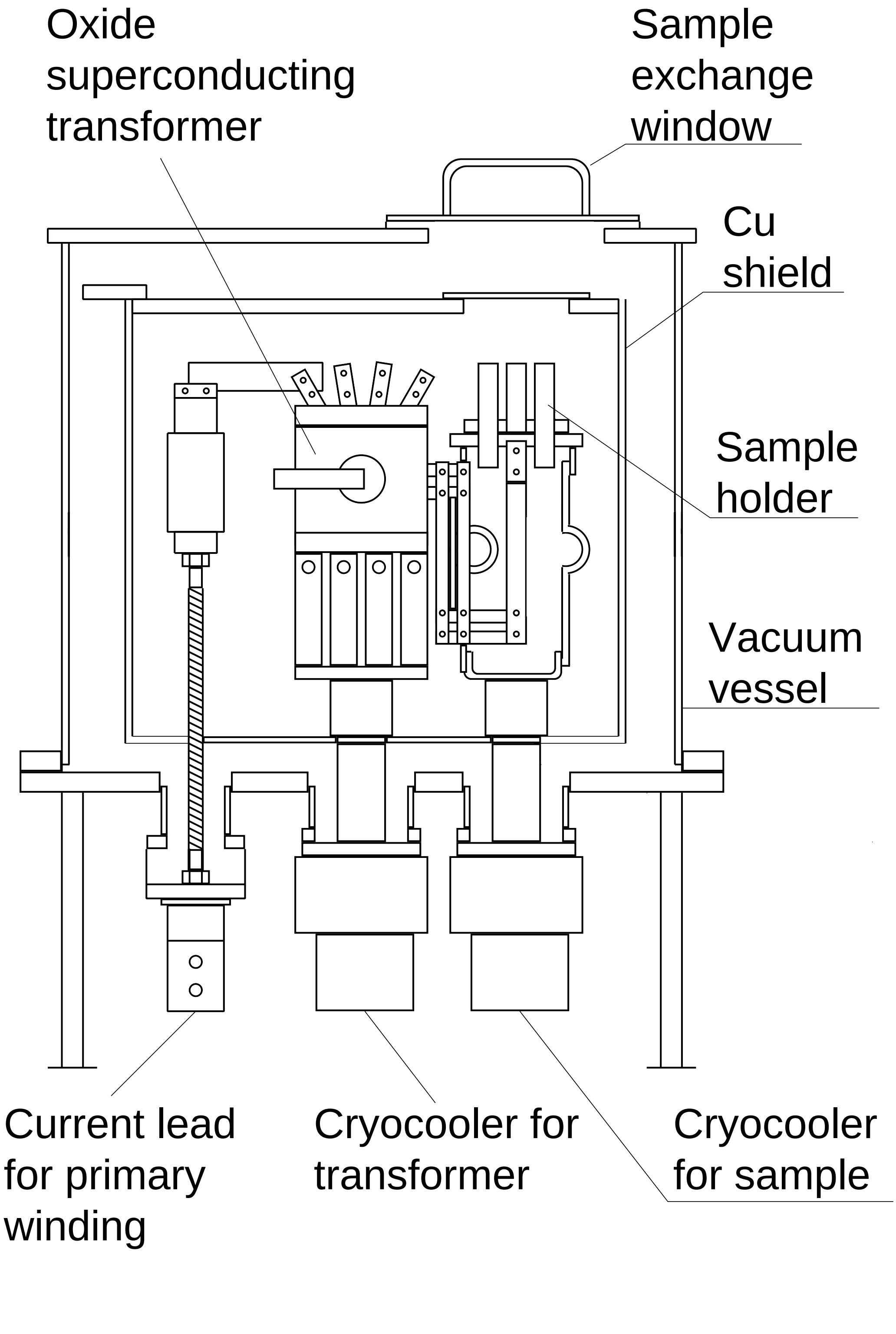


図 2.2. 1000 A 級伝導冷却型超伝導トランスの概略図。

## 2.3　サンプルホルダー

サンプルホルダー部分を図2.3に示す。サンプルホルダー直下には、温調のためのヒーター線が通っており、この熱を効率良くサンプルに伝えるために、サンプルベッドはAlNにより構成されている。また、超伝導バルク試料の交流損失測定を想定して、熱収縮により試料が破損しないように電流リードは、厚さ0.1 mmの銅板を多層に積層したフレキシブル線となっている。

## 2.4　温度計測

温度計測はサーミスタ型のCGR(Carbon-Glass Resistor)および、PtCoを用いて行う。サンプルベッド内部とサンプル上部にCGRが配置されており、一次巻線、二次巻線、二次断熱導体のサンプル側およびトランス側、一次電流リードの室温側およびトランス側、冷凍機ヘッドのサンプル側およびトランス側の計8ヶ所にPtCoが配置されている。さらに、サンプルベッドとサンプル上部の温度を熱電対(Au+0.07% Fe対 ノーマルAg)を用いて測定することにより、CGRによる同監視点の測定温度の信頼性を高めている。試料の温度は試料直上の温度としており、試料上の各温度計の配置は図2.1に示す。

## 2.5　交流四端子法による交流損失測定

交流電流源として1000 A級伝導冷却型超伝導トランスを用いて、Y-123バルク超伝導体の交流損失を交流四端子法により測定した。交流四端子法とは、試料に交流電流を通電し、試料両端部に設けた端子間の電圧を観測するという測定法である。交流損失は電流-電圧特性から評価する。

交流損失測定回路を図2.4に示す。発振器とパワーアンプを用いて一次側に交流電流を通電すると、変流比に相当する倍率に増幅された電流が二次側に誘起され、この電流が試料を流れる。その際、試料に発生する電圧を測定するのであるが、この電圧には誘導成分と抵抗成分が含まれている。元来、超伝導体には$I_c$以下の定常直流電流に対しては電気抵抗はなく、無損失であるが、交流通電時の等価抵抗は1.4節で述べたようにピンニングによりもたらされているものであり、その値は銅などの金属に比べて非常に

小さい。従って、通常のデジタルボルトメーターでは誘導成分·抵抗成分の分離や、測定精度の問題から正確な測定ができない。そこで、今回はロックインアンプを使用した。ロックインアンプの最大の特徴は位相情報を有するという点であり、二相ロックインアンプでは参照信号の位相を利用して、電流の位相に対して、電圧信号の実部と虚部を分離してそれぞれ測定することが可能である。交流損失測定では、微小電流を通電した時のマイスナー状態における誘導成分のみの信号の位相を基準とすることで、マイスナー状態以降での信号を誘導成分と抵抗成分に分離して同時に測定可能となる。さらに、測定を正確にするために、ロックインアンプのバンドパスフィルタを使用した。バンドパスフィルタは目的とする信号周波数の極めて近くだけを検出する機能をもち、また測定しようとする電圧の抵抗成分が必ず電流と同じ周波数であるので必要な信号成分だけを検出することが可能となる。一方、信号の誘導成分は電圧端子のループに鎖交する磁束により発生する。このループはある程度大きいことから、誘導成分は抵抗成分に比べ非常に大きくなる。このため、測定の際にキャンセルを行い、誘導成分を抵抗成分と同レベル程度になるまで取り除く必要がある。このように、キャンセルは測定を行いやすくするための手段であるが、キャンセルがわずかでもずれていると、抵抗成分に誤差が生じるため、キャンセルのとり方には十分注意しなければならない。

## 2.6　キャンセルの方法[2)]

測定する電圧には誘導成分と抵抗成分が含まれており、測定の対象である抵抗成分はピンニング損失により発生するものである。先程も述べたようにその値は電圧端子のループによる誘導成分に比べ非常に小さい。したがって、測定を行う際には、誘導成分を抵抗成分と同レベル程度まで小さくし、取り除かなければならない。この作業をキャンセルによって行う。

誘導成分は電流に対して位相が 90 度ずれており、これを正しくキャンセルするためにはこれと同位相の電圧成分を作り出す必要がある。これは基本的に図 2.4のコイル 2 に誘導される電圧によって得られる。すなわち電圧端子間に生じる誘導起電力にたいして反転させたコイル 2 の起電力を可変抵抗を用いて大きさを調節したあと、ロックインアンプ内部において入力 A と入力 B の差を増幅 (作動増幅) させる。しかし、コイル 2 で検出される

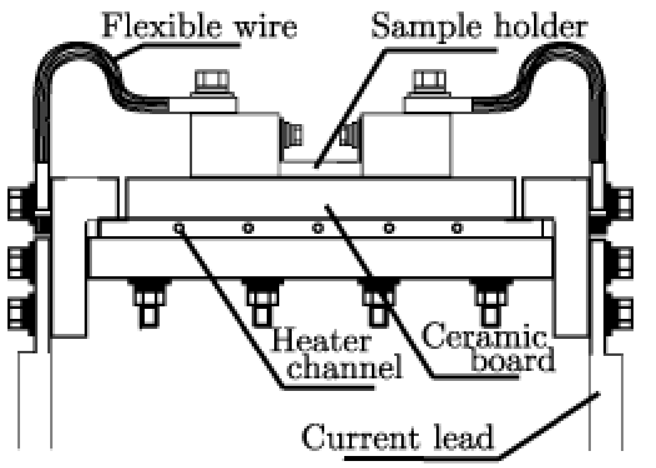


図 2.3. 1000 A 級伝導冷却型超伝導トランスのサンプルホルダー部分。

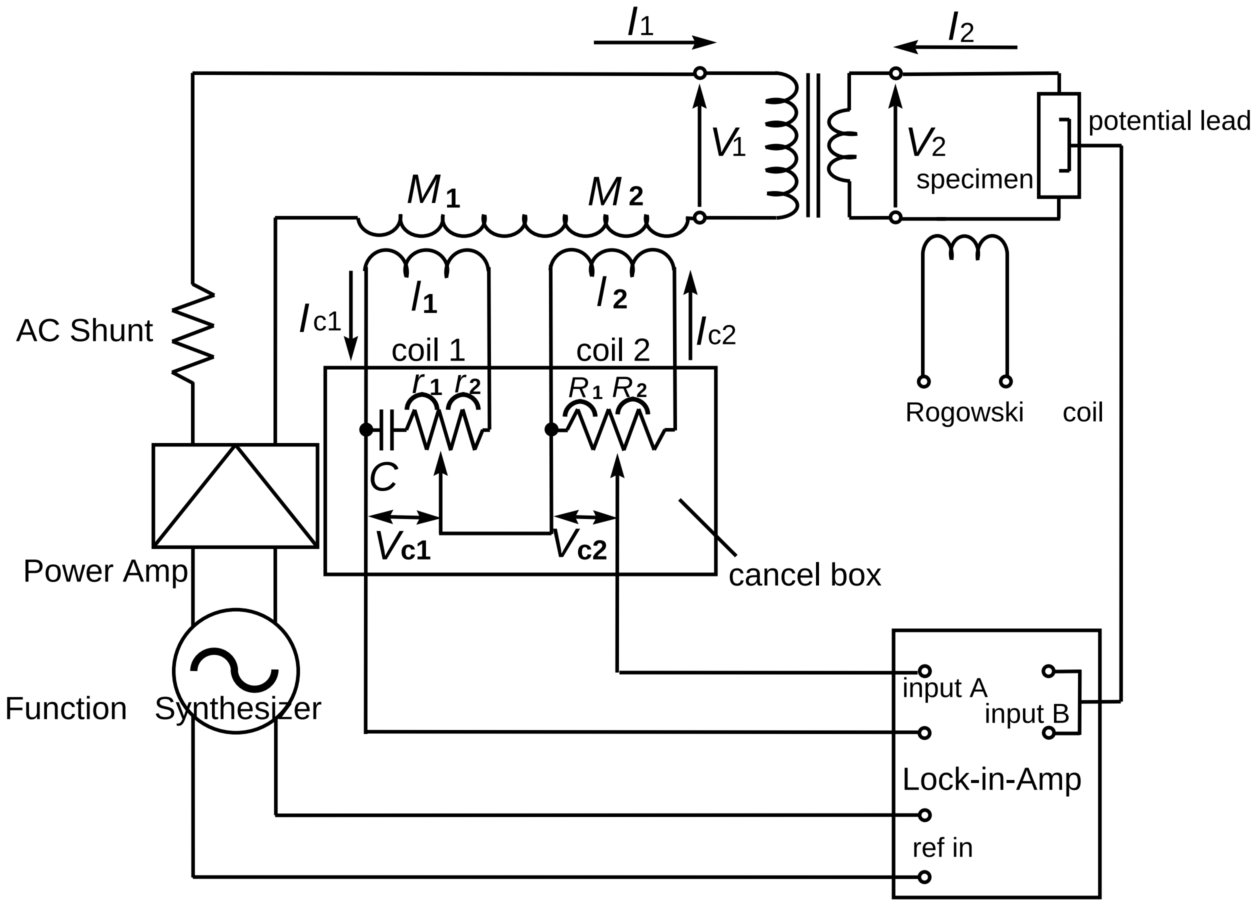


図 2.4. 交流損失測定回路。

電圧はコイル内の渦電流による損失や周囲の金属部分に流れる渦電流からの誘導のために位相が電流から正確に90度になっておらず、若干ずれている。図2.5のように、このずれを補うためにコイル1でコンデンサと可変抵抗を用いて誘導成分と同位相になるように調節する。この図においては縦軸に電圧端子の抵抗成分、横軸に電圧端子の誘導成分をとっている。キャンセルコイルでは、

$$\mathrm{j}\omega M_1 I_1 = \left(\mathrm{j}\omega l_1 + \frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + r_1 + r_2\right) I_{\mathrm{c}1} \tag{2.2}$$

$$\mathrm{j}\omega M_2 I_1 = (\mathrm{j}\omega l_2 + R_1 + R_2) I_{\mathrm{c}2} \tag{2.3}$$

が成り立ち、キャンセルコイルからの信号$V_{\mathrm{c}1}$、$V_{\mathrm{c}2}$は、

$$V_{\mathrm{c}1} = \left(\frac{1}{\mathrm{j}\omega C} + r_1\right) I_{\mathrm{c}1} \tag{2.4}$$

$$V_{\mathrm{c}2} = R_2 I_{\mathrm{c}2} \tag{2.5}$$

となる。ここで、$M_1$、$l_1$、$C$はキャンセル回路1のコイルの相互インダクタンス、自己インダクタンス、コンデンサーの電気容量であり、$r_1$、$r_2$は抵抗分割器の抵抗である。同様に$M_2$、$l_2$、$R_1$、$R_2$はキャンセル回路2のコイルの相互インダクタンス、自己インダクタンス、抵抗分割器の抵抗である。$I_{\mathrm{c}1}$、$I_{\mathrm{c}2}$はキャンセル回路1、2に流れる電流である。ここで、$\omega l_1$が$r_1 + r_2$より小さく、$\omega l_2$が$R_1 + R_2$より十分に小さいとき、

$$V_{\mathrm{c}1} = \frac{M_1/C + \mathrm{j}\omega r_1 M_1}{r_1 + r_2 - \mathrm{j}/\omega C} I_1 \tag{2.6}$$

$$V_{\mathrm{c}2} = \frac{\mathrm{j}\omega M_2 R_1}{R_1 + R_2} I_1 \tag{2.7}$$

が成り立つ。このとき$V_{\mathrm{c}2}$は$I_1$に対して位相が90度ずれていることになる。よって$V_{\mathrm{c}1}$を位相補正に用いるならば、$I_2$とほぼ同位相となればよい。このためには$1/\omega C \gg r_1, r_2$となればよいことが分かる。

自己磁界が下部臨界磁界$B_{\mathrm{c}1}$よりも小さな磁界であるとき、超伝導体はマイスナー(完全反磁性)状態となり、内側に磁束線が全く侵入しないため、損失がない。したがって、この性質を利用してキャンセルの調節を行う。

このキャンセルで重要なことは誘導成分を完全にキャンセルすることではなく、むしろキャンセルのずれによって抵抗成分に誤差をもたらすことを避けるようにしなければならないことである。

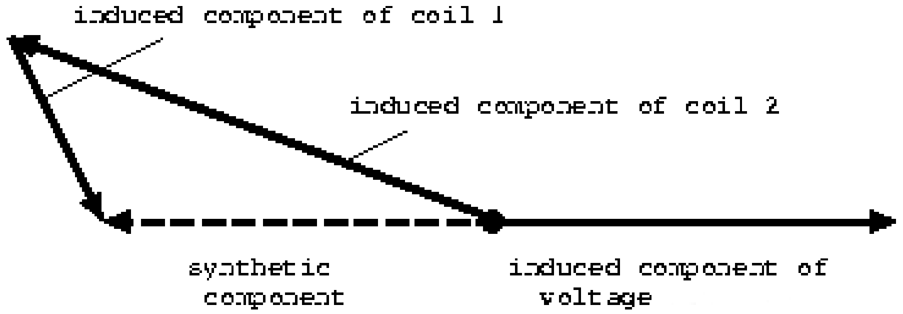


図 2.5. キャンセル

# 第 3 章　実験の結果と解析

## 3.1　実験結果

2.1節で述べた試料に対し交流四端子法で得られた電流 - 電圧特性から交流損失の評価を行なう。40 ～ 77K の範囲でそれぞれ 35, 50, 70Hz の周波数で行った交流損失の測定結果を図 3.1に示す。縦軸は 1 周期辺りの損失密度である。それぞれの温度において、各周波数の測定結果はほぼ一致しており、損失が周波数によらないということから発生している交流損失がピンニング損失であることが分かる。ここである電流値に注目すると温度が高い程、損失が大きくなっていることが分かる。これは、温度が上昇するにつれて $J_c$ が小さくなるからである。ピンニング損失エネルギー密度は一本の磁束線の単位長に働く力、磁束線の動く距離、動く磁束線の密度の積で与えられる[6)]。$J_c$ が小さくなると、磁束線の単位長に働く力は小さくなるが、磁束線の動く距離と動く磁束線の密度は大きくなり、結果的に損失は大きくなる。

## 3.2　有限要素法[4)]

超伝導体を用いた機器の開発に際して、実際に超伝導試料を作成して電磁特性を測定し、その結果をフィードバックして新たに試料を作成する、といった手順を取ると、非常に効率が悪く、またコストもかさんでしまう。そこで、試料を作成する前に、あらかじめ目的の試料の特性を理論計算または数値計算などで知ることができれば非常に有意義である。このとき、超伝導体の形状として、対称性の高い形状であれば、理論式による特性の見積もりが可能となるが、複雑な形状をした超伝導体であれば、理論による特性の見積もりは自己無矛盾の磁束分布解を求めなければならず非常に困難である。そこで、今回の矩形断面の試料のような電磁特性を見積もる方法の一つとして有限要素法 (以下 FEM) が挙げられる。

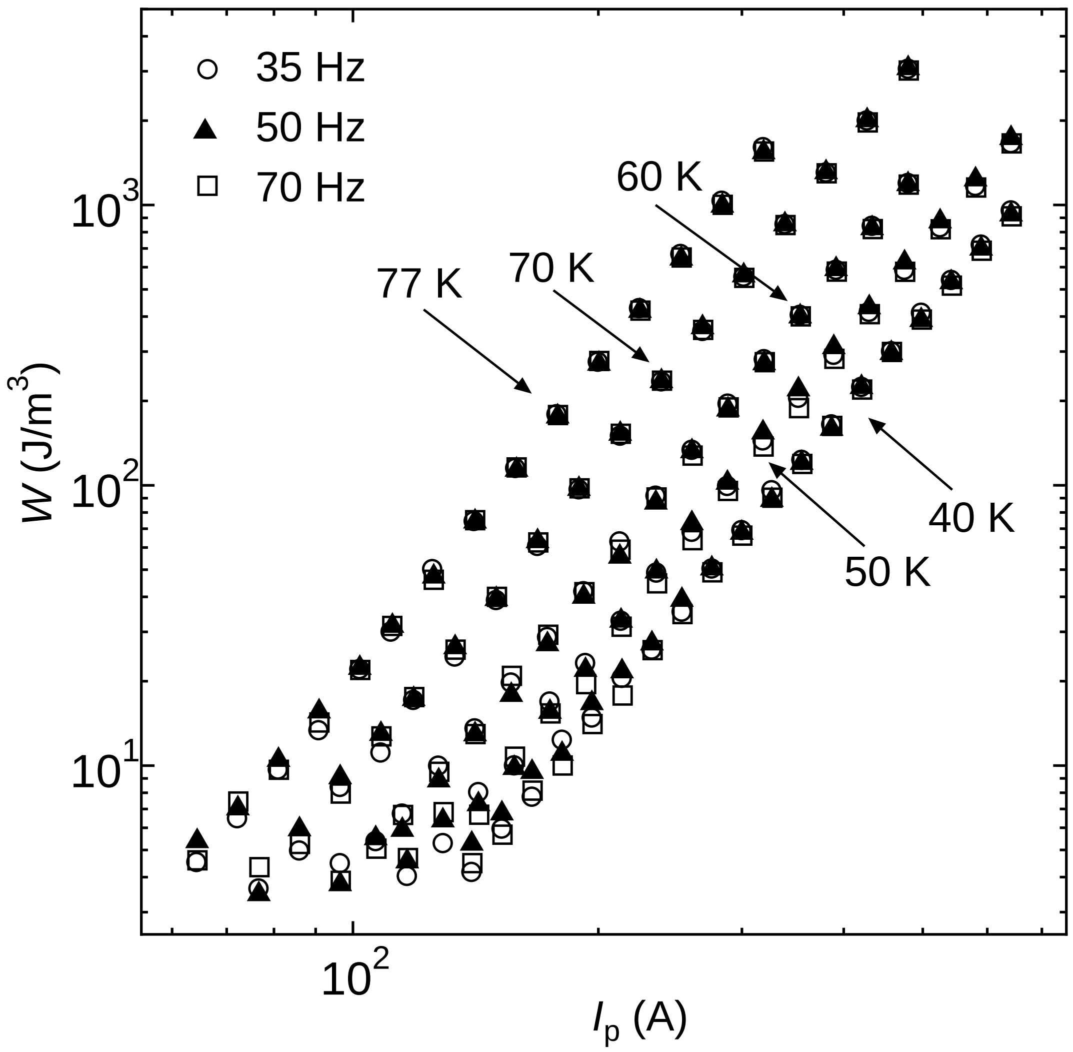


図 3.1. 各周波数における損失の温度依存性

FEMでは、目的とする試料など、解析するの物体を多数の要素の集合だとみなし、それぞれの要素中で(3.1)式〜(3.4)式に示すMaxwellの電磁方程式が成り立ち、かつ隣り合う要素間での電磁量が、境界条件を満たしながら連続となるように解を求めていく方法である。

$$\mathrm{rot}\vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \tag{3.1}$$

$$\mathrm{rot}\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3.2}$$

$$\mathrm{div}\vec{B} = 0 \tag{3.3}$$

$$\mathrm{div}\vec{D} = \rho \tag{3.4}$$

こうして求まる解は、領域全体で自己矛盾なくMaxwellの電磁方程式を満たす。このようにFEMでは、実際には目で見ることのできない物体内部領域の電磁量を可視化することが可能であり、非常に興味深い手法である。しかしながら、要素の分割の仕方によっては、計算結果が大きく異なる場合もあるため、FEMによる数値解析には注意を要さなければならない。また$\vec{B}$, $\vec{H}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{J}$の間には(3.5)式〜(3.7)式の関係がある。

$$\vec{B} = \mu\vec{H} \tag{3.5}$$

$$\vec{D} = \varepsilon\vec{E} \tag{3.6}$$

$$\vec{J} = \sigma\vec{E} \tag{3.7}$$

FEMでの数値解析の方法として、今回は磁気ベクトルポテンシャル法($\vec{A}$ - $\phi$法)を用いた。この手法は、解析領域内に導体または磁性体が存在して、それにうず電流が流れ、これによる反抗磁界が問題になるような場に対する解析に有効である。ただし、変位電流は考慮していない。

### 3.3 磁気ベクトルポテンシャル法($\vec{A}$ - $\phi$法)を用いた方程式

導体に鎖交する磁束が変化すると起電力が生じ、渦電流が流れる。この渦電流密度$J_\mathrm{e}$は次式で与えられる。

$$\vec{J}_\mathrm{e} = \sigma\vec{E}_\mathrm{e} \tag{3.8}$$

ここで、$\vec{E}_{\rm e}$ は電磁誘導によって生じた渦電流を流すための電界である。この $\vec{E}_{\rm e}$ は次のようにして導出される。(3.2) 式および $\vec{B} = {\rm rot}\vec{A}$ より、

$$
{\rm rot}\vec{E}_{\rm e} = -\frac{\partial}{\partial t}({\rm rot}\vec{A}) \tag{3.9}
$$

これより、

$$
{\rm rot}(\vec{E}_{\rm e} + \frac{\partial \vec{A}}{\partial t}) = 0 \tag{3.10}
$$

この式は $\vec{E}_{\rm e} + \partial\vec{A}/\partial t$ は保存場であることを意味するので、電位 $\phi$ が定義でき、以下の式が成立する。

$$
\vec{E}_{\rm e} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - {\rm grad}\phi \tag{3.11}
$$

ただし、上式の ${\rm grad}\phi$ は渦電流を流すための電界をベクトルポテンシャル $\vec{A}$ を用いて表現する際に必要な補正項である。よって、渦電流密度 $\vec{J}_e$ は (3.8) 式、(3.11) 式より

$$
\vec{J}_{\rm e} = -\sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma{\rm grad}\phi \tag{3.12}
$$

となる。

一方、渦電流場の電流密度 $\vec{J}$ は、強制電流密度 $\vec{J}_0$ と渦電流密度 $\vec{J}_{\rm e}$ を用いて次式のように表される。

$$
\vec{J} = \vec{J}_0 + \vec{J}_{\rm e} \tag{3.13}
$$

ここで、(3.1) 式において変位電流を無視した以下の式

$$
{\rm rot}\vec{H} = \vec{J} \tag{3.14}
$$

および $\vec{B} = {\rm rot}\vec{A}$、(3.5) 式、(3.12) 式、(3.13) 式より

$$
{\rm rot}(\frac{1}{\mu}{\rm rot}\vec{A}) = \vec{J}_0 - \sigma\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \sigma{\rm grad}\phi \tag{3.15}
$$

を得る。

また、渦電流密度 $\vec{J}_{\rm e}$ とそれによって作られる磁界の強さ $\vec{H}_{\rm e}$ は (3.14) 式より、以下のようになる。

$$
{\rm rot}\vec{H}_{\rm e} = \vec{J}_{\rm e} \tag{3.16}
$$

ここで、$\mathrm{div}(\mathrm{rot}\vec{H}_{\mathrm{e}})=0$ より

$$\mathrm{div}\vec{J}_{\mathrm{e}}=0 \tag{3.17}$$

を得る。これに (3.12) 式を代入すると

$$\mathrm{div}(\sigma\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}+\sigma\mathrm{grad}\phi)=0 \tag{3.18}$$

となる。これら (3.15) 式および、(3.18) 式を解くことにより、渦電流場での電磁界解析が可能となる。これを磁気ベクトルポテンシャル法 ($\vec{A}$-$\phi$ 法) と呼ぶ。

### 3.4　有限要素法による数値解析

超伝導体の交流損失を数値解析するために、今回は日本総研の FEM ソフトウェア JMAG Studio Ver.7 を使用した。このソフトウェアは上述の $\vec{A}$-$\phi$ 法を用いているが、市販のものであり、電磁現象一般を解析するための汎用ソフトである。2.1節で述べた試料に対し 77K における形状及び磁界依存性を考慮して解析を行なった。図 3.2のようにモデルを作り、対称性より 1/4 サイズになっている。この解析における臨界電流密度の磁界依存性は Irie-Yamafuji モデルを仮定しており、

$$J_{\mathrm{c}}(B)=\alpha B^{\gamma-1} \tag{3.19}$$

で表される。なお $\alpha,\gamma$ はピンニングパラメータである。

FEM によって解析した結果と実験結果を比較する。その結果を図 3.3に示す。この場合のピンニングパラメータは $\alpha=7.0\times10^{7}$, $\gamma=0.1$ である。これらのパラメータを用い (3.20) 式 [6] から $I_{\mathrm{c}}$ を見積もった。(3.20) 式 は半径 $R$ の超伝導円柱における臨界電流を求める式であるが、今回試料の断面積を同じ広さの断面積となる円形に近似して、この時の半径を $R=7.48\times10^{-4}$ m として計算した。

$$I_{\mathrm{c}}=2\pi\left(\frac{2-\gamma}{3-\gamma}\alpha\mu_0^{\gamma-1}R^{3-\gamma}\right)^{1/(2-\gamma)} \tag{3.20}$$

この計算より見積もられた $I_{\mathrm{c}}$ は 715 A であった。この値は 2.1節で述べた想定された $I_{\mathrm{c}}$ と近い値であったことから数値解析は妥当であると考えられる。この結果を用いて求められた 77 K における $J_{\mathrm{c}}$は$4.06\times10^{8}$ A/m$^2$であった。

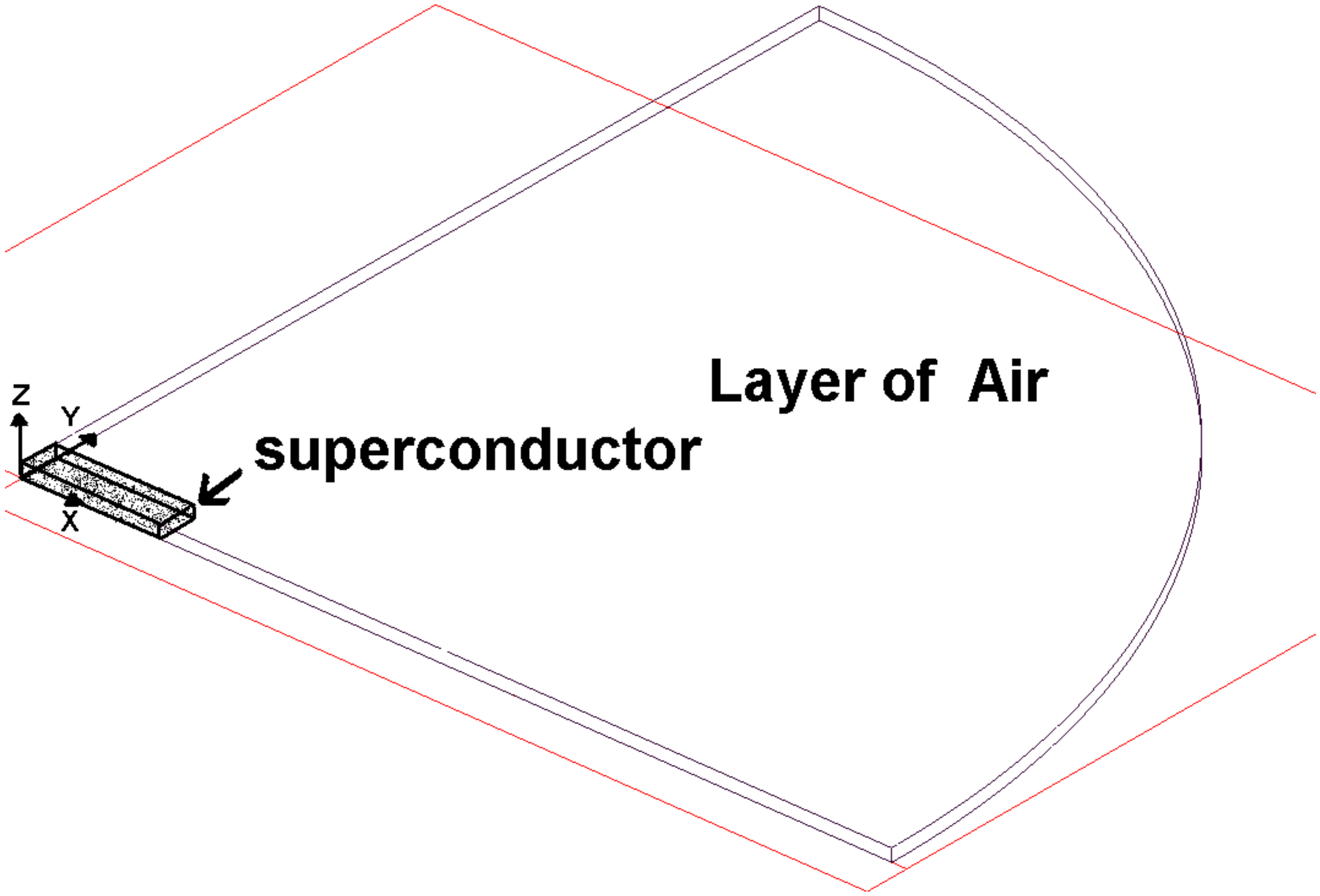


図 3.2. FEM における試料のモデル

Teshimaらの通電法による実験[7)]に用いたY-123バルク超伝導体の77.3 Kにおける0 Tでの$J_c$は$2.1 \times 10^8$ A/m$^2$という報告がある。この実験結果と比較してみると今回の試料は比較的高い$Jc$を持っていると考えられる。しかし、Moritaらの実験に用いたY-123バルク超伝導体の77 K, 1 Tにおける$J_c$は2〜$3 \times 10^8$ A/m$^2$となっており、比較のために今回用いた試料を同じ条件で測定した上での比較が必要となる。

さらに試料の形状依存性を調べるために、今回得られたピンニングパラメータを用い、円断面を仮定した場合の理論結果との比較を行なった。図3.3より通電電流が小さい領域で損失が小さくなっていることが分かる。これは断面の形状が円の場合は表面からの磁束の侵入が同じであるが、形状が矩形になってくると磁束の侵入量が端の部分で大きくなることに起因している。このときの磁束分布の様子は図3.4、図3.5のようになっており、この時流した電流は臨界電流の10%としている。今回のようなQMG試料のような矩形断面の場合、低電流側では反磁界係数の影響で端の部分の磁束が密となり、その部分での強いローレンツ力及び、磁束の侵入距離の増大によって損失が増加する。一方で通電電流が大きくなると、ある程度端の部分に磁束が侵入し、等価的な反磁界係数が小さくなるので端の部分での損失への影響が相対的に小さくなり、損失は円断面の結果に近づく。したがって、損失軽減のためには断面形状を円断面にすることが望ましい。また、温度が低くなると$J_c$は大きくなるため損失も軽減される。このため、損失に着目した場合は、損失の小さい低温であることが理想とされるが、限流器の定格電流を決めるための温度とそれに用いる寒剤や冷却方法によるコストなどの議論も必要となる。

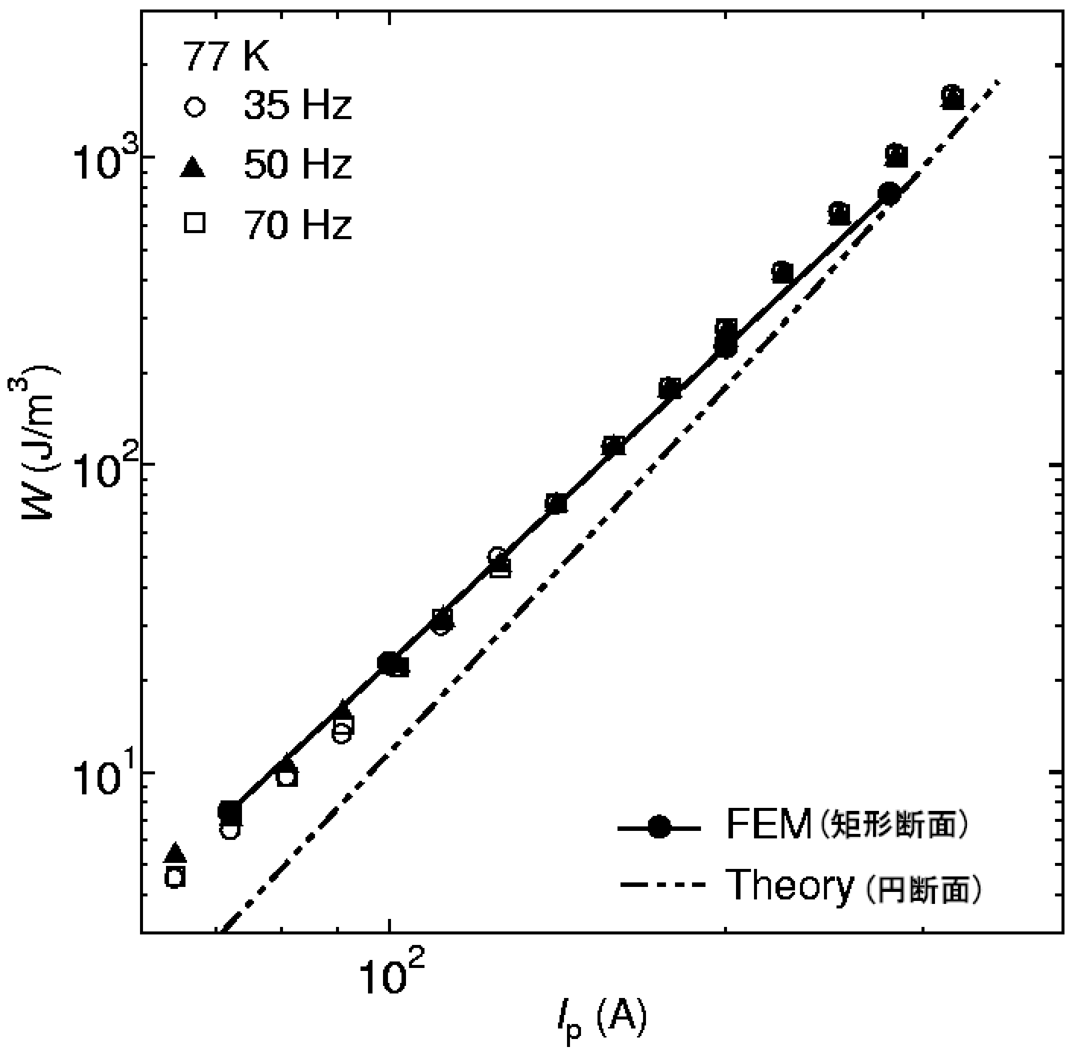


図 3.3. 77K における FEM による解析結果と実験の結果の比較

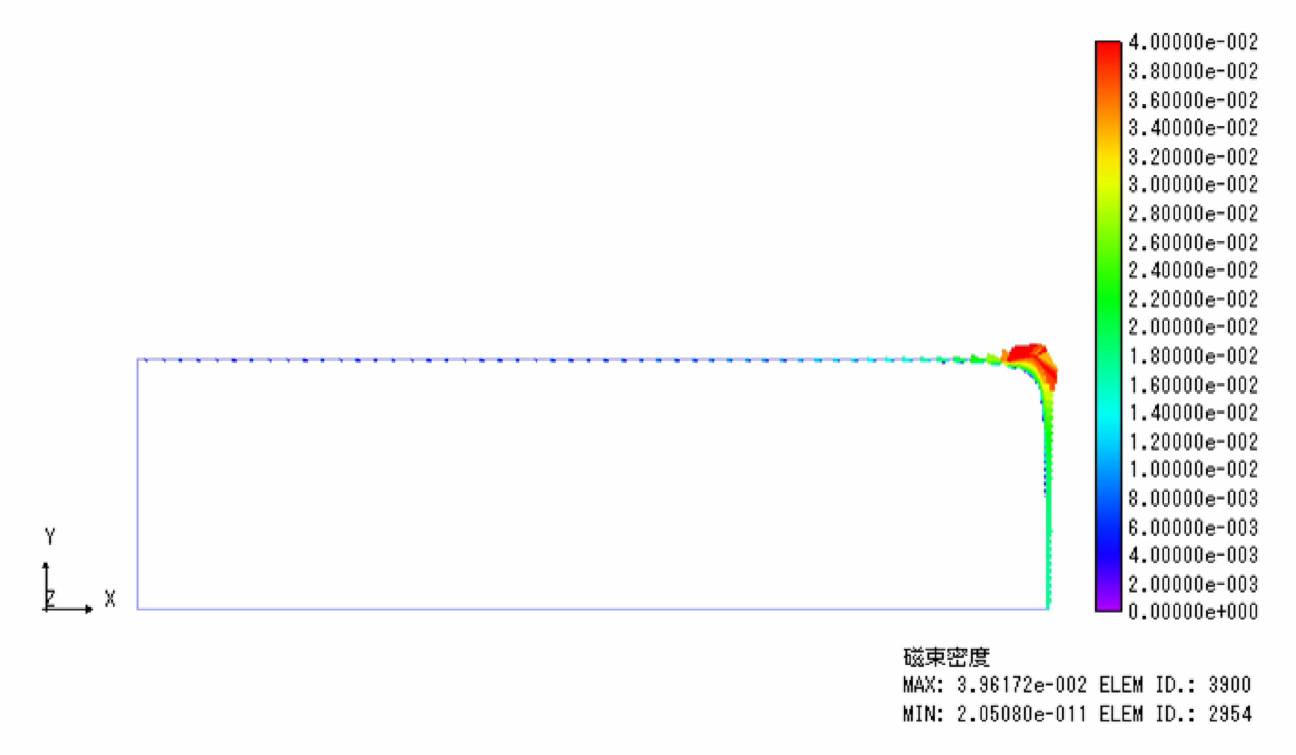


図 3.4. 超伝導体内部の磁束分布の様子

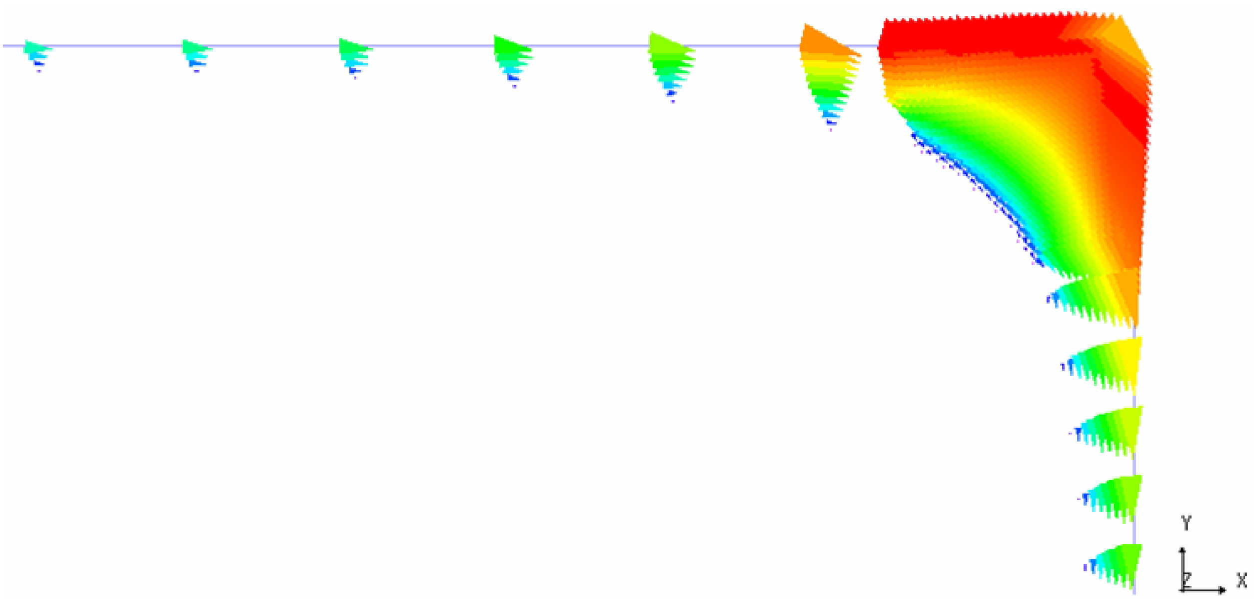


図 3.5. 拡大した超伝導体内部の磁束分布の様子

# 第 4 章　結論と今後の課題

## 4.1　結論

今回伝導冷却型 1000 A 級超伝導トランスを用い、QMG バルク超伝導体の各温度、周波数における交流通電損失測定を行なった。さらに FEM を使い、実験結果との比較を行ない以下の結論を得た。

- 今回の測定温度、周波数範囲では QMG バルク超伝導体の交流損失は、測定結果に周波数依存が確認されなかったことからピンニング損失によるものだと考えられる。
- 実験結果は妥当だと考えられるが各部での温度が一致しなかったことから試料内部には温度勾配があったと考えられ、今後は熱伝導が高い一方で、電流の分流の生じないようなサンプルホルダーを用いて測定する必要がある。
- FEM を用いて QMG 試料の交流損失を説明できることが分かった。したがって、交流損失を正しく把握するためには試料の形状と臨界電流密度の磁界依存性の両方を考慮する必要がある。
- 損失低減のためには断面形状を円断面にすることが望ましい。

## 4.2　今後の課題

- サンプル、サンプルベッド、銅ブロックに温度勾配ができないように正しい温度条件下における測定を行なう。
- 試料の各温度下における $Jc - B$ 特性の測定をし、通常のバルク材との比較を行ない、限流器としての有効性を評価する。

- 試料の各温度下における $n$ 値の測定し、$n$ 値を考慮した FEM による解析を行なう。

# 参考文献

1) 右田 稔:1000A 級伝導冷却型超伝導トランスの製作と超伝導体の交流通電損失の理論的解析, 九州工業大学修士論文 (平成 15 年 2 月).

2) 森實 康行:Bi-2223 超伝導線材を用いた 500A 級交流トランス, 九州工業大学卒業論文 (平成 11 年 2 月).

3) 森田 充, 私信による.

4) E. S. Otabe, M. Migita, M. Watanabe, T. Matsushita, M. Morita, Physica C, **382**(2002)172.

5) F. Irie, K. Yamafuji, J. Phys. Soc. Jpn. **23**(1967) 255.

6) 松下 照男: 磁束ピンニングと電磁現象（産業図書） p. 77, p.88.

7) H. Teshima, M. Sawamura, H. Hirano, Physica C, **378-381**(2002)827-832.

# 謝辞

本研究を行うにあたり、多大な御指導·助言を頂いた松下 照男教授、小田部 荘司助教授、木内 勝助手に深く感謝致します。一から丁寧に御指導·助言をしてくださった渡辺 忠明氏、岡村 和憲氏ならびに松下·小田部研究室の方々に深く感謝致します。また試料を提供してくださった新日本製鐵株式会社の森田充氏に深く感謝致します。